

6219 04
У-37

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

ХАРЬКОВСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
им. В. И. ЛЕНИНА

Б. А. ПЕРЕПЕЛИЦА

АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ПРОФИЛИРОВАНИЕ
РЕЖУЩИХ ИНСТРУМЕНТОВ
(ТЕОРИЯ И АЛГОРИТМЫ)

Учебное пособие

ХАРЬКОВ 1985

ХАРЬКОВСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ИМ. В.И.ЛЕНИНА

Б.А.ПЕРЕПЕЛИЦА

АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ПРОФИЛИРОВАНИЕ РЕЗУЩИХ ИНСТРУМЕНТОВ
(ТЕОРИЯ И АЛГОРИТМЫ)

Учебное пособие

Handwritten signature



Б.А.Перепелица

Автоматизированное профилирование режущих инструментов (теория и алгоритмы): Учеб. пособие. - Харьков: ХПИ, 1985. - 107 с., ил. 31.

Излагаются новые положения современной теории формообразования поверхностей резанием. Рассматривается общий подход к профилированию режущих инструментов как составной части математического моделирования. Приводятся общий и частные алгоритмы профилирования различных инструментов на ЭВМ.

Ил. - 31. Табл. - 21. Библиогр. - 7 назв.

Рецензент: Н.Э.Тернюк, д-р техн.наук,
кафедра резания и станков ХПИ им.Н.Е.Жуковского

Утверждено редакционно-издательским советом института,
протокол № 3 от 17.II.83.



Харьковский политехнический институт, 1985

1. ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ. КОНСТРУКТИВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ И СОСТАВНЫЕ ЧАСТИ РЕЖУЩИХ ИНСТРУМЕНТОВ

Уровень и производительность технологии механической обработки в большой мере определяются используемым инструментом.

Наиболее емкое и точное определение инструменту дал К.Маркс: "Инструмент - это орудие труда, приводимое рукой человека или исполнительным механизмом машины в непосредственное соприкосновение с предметом труда и предназначенное для изменения формы предмета труда или состояния его материала, или того и другого".

Как видно из определения, инструмент - это широкое понятие. Инструменты применяются во всех областях производственной деятельности человека. Примеры различных инструментов: молоток, опока, штамп и пресс-форма (изменяют форму при непосредственном соприкосновении), паяльник, индуктор ТВЧ (изменяет состояние материала без непосредственного соединения). В нашей дисциплине будут изучаться не все, а лишь машинные режущие инструменты.

Машинный режущий инструмент - это орудие производства, выполненное в виде режущего клина (клиньев), приводимое в движение станком и предназначенное для получения изделия (детали) с требуемой точностью и шероховатостью путем среза слоев обрабатываемого материала. Как видно из определения, режущий инструмент отличается от других (нережущих) инструментов прежде всего наличием режущих клиньев. Именно режущие клинья, двигаясь относительно заготовки, осуществляют процесс резания.

Режущий клин (лезвие) - это часть тела инструмента, ограниченная передней и задней поверхностями и содержащая режущую кромку.

Передней называется поверхность, по которой сходит стружка. При движении режущего клина относительно заготовки эта поверхность находится впереди.

Задней называется поверхность, обращенная к поверхности резания. При движении эта поверхность находится сзади, за передней. Переднюю и заднюю поверхности называют рабочими поверхностями.

Режущей кромкой называется линия пересечения передней и задней поверхностей. В общем случае режущая кромка - это пространственная или плоская линия, состоящая из различных кривых, соединенных плавно или с изломом.

Поверхностью резания называется траектория движения режущей кромки относительно заготовки. Это поверхность, по которой происходит отделение срезаемого слоя от заготовки.

Совокупность нескольких режущих клиньев с одной неразрывной режущей кромкой называется зубом.

Любой режущий инструмент состоит из следующих конструктивных элементов:

- режущие элементы (элементарные резцы);
- присоединительные элементы с базовыми поверхностями;
- вспомогательные элементы;
- объединяющий элемент.

Инструменты, все указанные элементы которых составляют одно целое и изготовлены из инструментального материала, называют цельными (монокристаллическими).

Инструменты, которые собираются разъемно или неразъемно из указанных элементов как отдельных деталей, называют сборными. При разъемном соединении элементы крепятся друг к другу механически, при неразъемном - с помощью пайки, сварки, приклеивания и т.п.

Рассмотрим подробнее указанные выше элементы.

Режущие элементы (элементарные резцы) содержат режущие клинья и предназначены для осуществления процесса резания. Это зубья, пластины из инструментальных материалов (в том числе сменные многогранные), ножи, вставки, элементарные резцы и т.п. Заметим, что в отличие от других элементарных резцов зубья конструктивно не оформлены и не имеют собственных присоединительных элементов. Зубья характерны для цельных инструментов, в то время как конструктивно оформленные элементарные резцы характерны для сборных инструментов с разъемным соединением.

Присоединительные элементы с установочными базовыми поверхностями предназначены для установки, базирования, присоединения и крепления режущего инструмента к станку или приспособлению, а также для передачи сил, моментов и движений. Это державки, оправки, "ласточки хвосты", цилиндрические и конические хвостовики, базовые отверстия и торцы, шпоночные пазы и т.п.

Вспомогательные элементы служат для размещения, отвода, разделения стружки; размещения и крепления режущих элементов; направления инструмента во время работы; его наладки и регулировки; подвода СОЖ (смазывающе-охлаждающие жидкости) и т.п. Вспомогательные эле -

менты могут быть отдельными деталями или частью цельной конструкции. Это стружечные канавки и уступы, накладные стружколоматели, стружкоразделительные канавки, пазы, прихваты, штифты, винты, клинья, компенсаторы, направляющие и т.п.

Объединяющий элемент предназначен для размещения режущих и других элементов и объединения их в одно целое. Как правило, у сборных инструментов объединяющим элементом является корпус, а у цельных — та или иная условно выделяемая промежуточная часть между элементами.

В состав перечисленных конструктивных элементов входят ограничивающие их поверхности и линии (геометрические элементы), например, передняя и задняя поверхности, режущая кромка, базовые поверхности.

Итак, все режущие инструменты состоят из конструктивных элементов. Кроме того, принято выделять также составные части инструмента, каждая из которых есть совокупность тех или иных элементов.

Режущая часть содержит элементарные резцы, не участвующие в процессе формообразования. Она служит только для срезания припуска, ее кромки не соприкасаются с заданной чертежом поверхностью детали. Режущую часть иногда называют заборной (от понятия "забирать" обрабатываемый материал).

Калибрующая часть содержит элементарные резцы, участвующие в процессе формообразования и формирующие поверхность обрабатываемой детали с заданными размерами и свойствами.

Совокупность режущей и калибрующей частей называют рабочей частью режущего инструмента. Наличие всех указанных элементов и составных частей не всегда обязательно. Например, иногда отсутствуют вспомогательные элементы, калибрующая часть совпадает с режущей и т.п.

2. КОНСТРУКТИВНЫЕ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ РЕЖУЩИХ ИНСТРУМЕНТОВ

Каждый режущий инструмент характеризуется своими конструктивными и геометрическими параметрами.

Конструктивные параметры — это размеры инструмента в целом; размеры отдельных элементов и их взаимного расположения; другие величины, характеризующие конструкцию инструмента.

Геометрические параметры определяют геометрический характер и расположение режущих клиньев инструмента, точнее, его передних и задних поверхностей и режущих кромок. Геометрические параметры относятся только к режущим элементам, в то время как конструктивные — ко всем элементам и инструменту в целом. Следовательно, конструктивные параметры — это более широкое понятие, чем геометрические. Геометрические параметры также являются конструктивными, они выделены вследствие особой определяющей роли режущих клиньев в процессе резания. Заметим, что геометрические параметры характеризуют геометрические элементы, а конструктивные параметры — конструктивные элементы. Различают статические, установочные и кинематические геометрические параметры режущего инструмента.

При определении статических геометрических параметров инструмент рассматривают в статике (в покое), вне связи с процессом резания. Статические геометрические параметры делятся на исходные и локальные:

исходные — это параметры передней, задней поверхностей и режущих кромок и параметры их расположения относительно баз инструмента (нужны для изготовления и контроля инструмента и задаются или измеряются относительно его баз);

локальные — это статические углы режущих клиньев в разных сечениях, соответствующие различным точкам режущей кромки. Иногда исходные и локальные статические параметры частично или полностью совпадают. Пример исходных статических параметров для винтового сверла показан на рис. I: λ , φ , ω задают здесь переднюю винтовую поверхность; α , β , σ , ν , δ — заднюю винтовую поверхность ($\lambda = 0$).

При установке режущего инструмента на станке он занимает определенное положение относительно обрабатываемой детали. Оно может быть общим или частным. Геометрические параметры, характеризующие положение инструмента относительно детали, называются установочными. Это параметры взаимного расположения систем координат, связанных с инструментом и деталью. Примеры установочных параметров: превышение оси круглого фасонного резца над осью детали, угол наклона оси червячной фрезы к оси детали.

Рассмотрим теперь кинематические геометрические параметры (углы) режущего клина. При определении этих параметров инструмент рассматривают в кинематике (в движении), в неразрывной связи с процес-

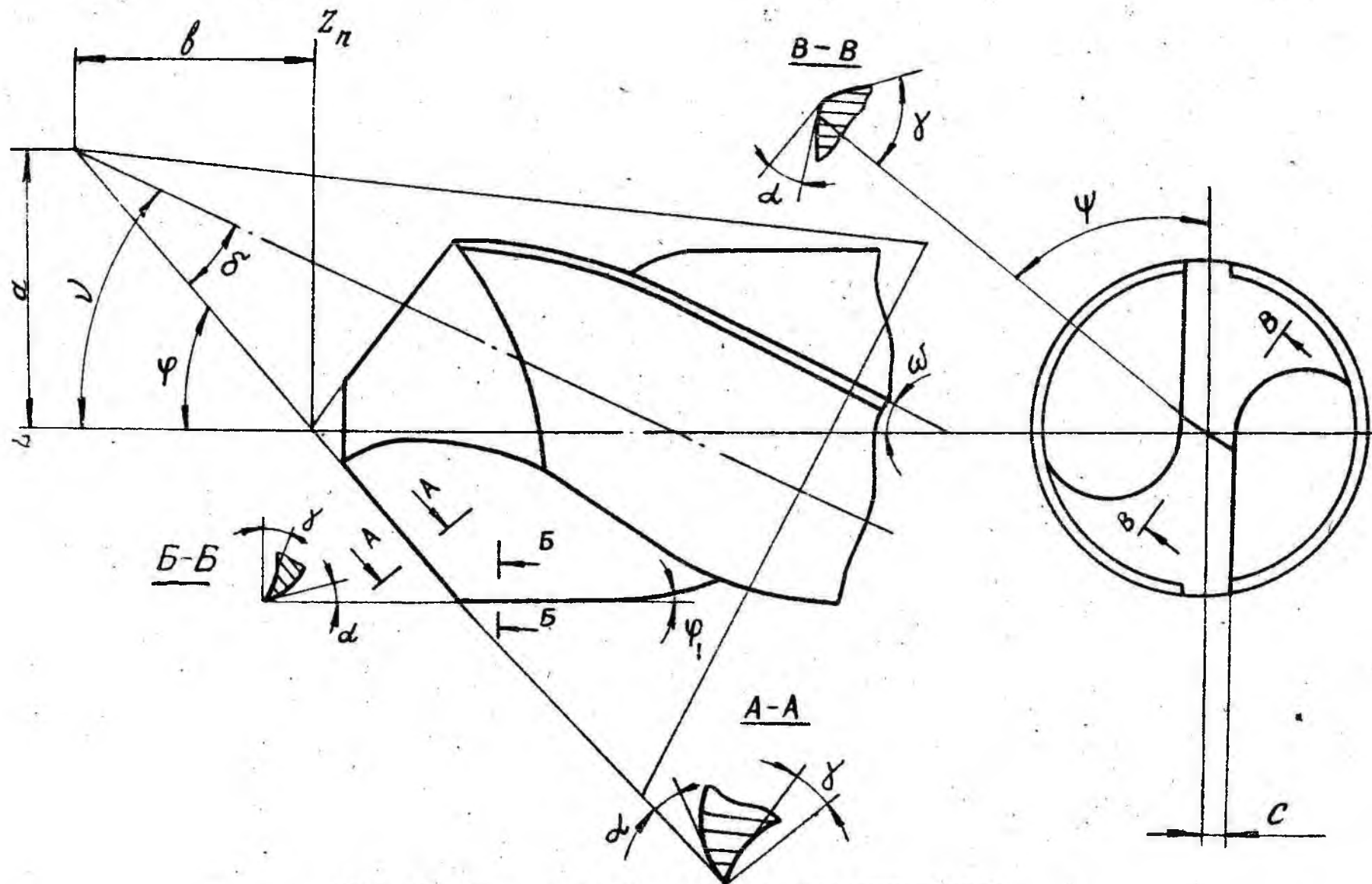


Рис. I. Исходные геометрические параметры сверла

сом резания. Они в большой мере влияют на напряженно-деформированное состояние зоны резания, усилия и температуру, износ инструмента и качество обработанной поверхности. Общий метод определения кинематических геометрических параметров, применимый для всех инструментов при любой кинематике, разработан С.С.Петружиным и развит другими исследователями [3].

• Кинематические углы режущего клина являются локальными. Их относят к конкретной рассматриваемой точке режущей кромки, которой соответствуют определенные значения суммарной скорости резания $\vec{V}_{\text{сум}}$. Вблизи этой точки условно выделяется элемент режущего клина, ширина которого стремится к нулю (рис.2): элементу клина соответствуют бесконечно малый прямолинейный элемент касательной к режущей кромке (вектор касательной \vec{K}) и бесконечно малые элементы плоскостей, касательных к передней поверхности, задней поверхности и поверхности резания в рассматриваемой точке. Эти касательные плоскости будем называть элементарной передней плоскостью Π , элементарной задней плоскостью \mathcal{Z} и элементарной плоскостью резания \mathcal{P} (термин "элементарный" в дальнейшем будем опускать). Введем также основную плоскость O , перпендикулярную к вектору суммарной скорости резания $\vec{V}_{\text{сум}}$. Таким образом, через конкретную рассматриваемую точку режущей кромки проходят три плоскости Π , \mathcal{Z} , \mathcal{P} , включающие одну и ту же прямую - касательную к режущей кромке, и пересекающиеся по ней, и плоскость O , не включающая этой касательной (см.рис.2). Положение каждой плоскости однозначно определяется ее нормалью:

передней плоскости Π	- нормалью \vec{N}_Π ,
задней плоскости \mathcal{Z}	- нормалью $\vec{N}_\mathcal{Z}$,
плоскости резания \mathcal{P}	- нормалью \vec{N} ,
основной плоскости O	- нормалью $\vec{V}_{\text{сум}}$.

Заметим, что векторы \vec{K} и $\vec{V}_{\text{сум}}$ определяют плоскость резания, а векторы \vec{N}_Π , $\vec{N}_\mathcal{Z}$ и \vec{N} - нормальную секущую плоскость.

Итак, через рассматриваемую точку режущей кромки проходят векторы $\vec{V}_{\text{сум}}$, \vec{K} , \vec{N}_Π , $\vec{N}_\mathcal{Z}$, \vec{N} (рис.3). Пользуясь этими векторами с учетом их знаков, можно определить кинематические углы режущего клина.

Угол наклона режущей кромки к вектору скорости резания измеряется между вектором касательной к режущей кромке \vec{K} и вектором скорости $\vec{V}_{\text{сум}}$:

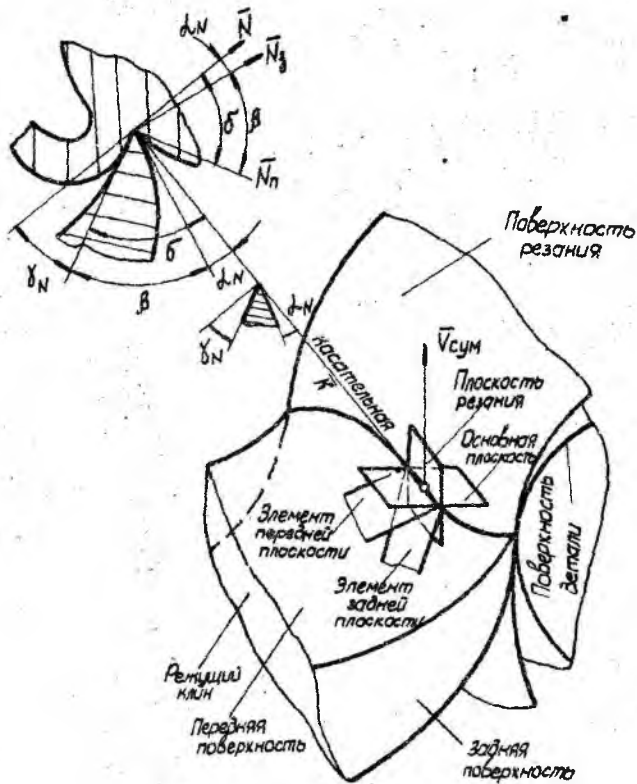


Рис.2. Кинематические углы

$$\lambda_v = \arccos \frac{\bar{K} \bar{V}_{\text{сум}}}{K V_{\text{сум}}}$$

Вместо λ_v принято применять угол наклона режущей кромки к основной плоскости λ , который измеряется между вектором \bar{K} и проекцией его на основную плоскость.

Очевидно, что

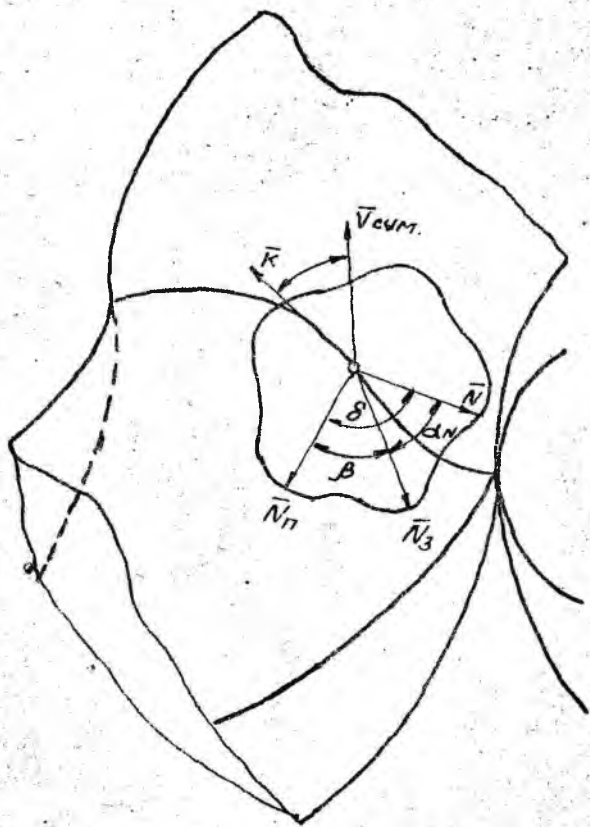


Рис. 3. Кинематические углы

$$\lambda = \frac{\pi}{2} - \lambda_v,$$

$$\lambda = \arcsin \frac{\vec{K} \cdot \vec{V}_{\text{сум.}}}{K \cdot V_{\text{сум.}}}$$

Взаимное положение передней поверхности и поверхности резания в окрестности рассматриваемой точки режущей кромки определяется углом

между векторами нормалей \bar{N}_n и \bar{N} , проведенными через эту точку. Назовем этот угол углом резания δ :

$$\delta = \arccos \frac{\bar{N}_n \cdot \bar{N}}{N_n \cdot N}$$

Угол заострения β , характеризующий остроту элемента режущего аэра, измеряется между векторами \bar{N}_n и \bar{N}_3 :

$$\beta = \arccos \frac{\bar{N}_n \cdot \bar{N}_3}{N_n \cdot N_3}$$

Передний и задний углы измеряются в определенной секущей плоскости. Чаще всего применяют нормальную секущую плоскость, перпендикулярную к режущей кромке в рассматриваемой точке (углы γ_N и α_N), или главную секущую плоскость, проходящую через вектор скорости и перпендикулярную к проекции кромки на основную плоскость (углы γ и α).

Задним называется угол α_N (α) между линиями пересечения секущей плоскости с задней плоскостью и плоскостью резания. Угол между плоскостями есть угол между нормальными к ним, поэтому α_N — это угол между \bar{N}_3 и \bar{N} :

$$\alpha_N = \arccos \frac{\bar{N}_3 \cdot \bar{N}}{N_3 \cdot N}$$

Передним называется угол γ_N (γ) между линиями пересечения секущей плоскости с передней и основной плоскостями. В нормальной секущей плоскости он дополняет угол δ до $\frac{\pi}{2}$ (см. рис. 2):

$$\gamma_N = \frac{\pi}{2} - \delta$$

Углы γ_N , α_N , δ , β вместе с векторами \bar{N}_n , \bar{N}_3 , \bar{N} расположены в нормальной секущей плоскости.

Заметим, что передний и задний углы в других (не нормальной) секущих плоскостях не являются углами между плоскостями, и поэтому не могут быть определены с помощью нормалей.

Передний и задний углы в нормальной и главной секущей плоскостях связаны соотношениями:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha_N \cdot \cos \lambda,$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\operatorname{tg} \delta_N}{\cos \lambda}$$

Мы рассмотрим общий случай, когда при определении кинематических углов используется суммарная скорость движения точки режущей кромки относительно обрабатываемой детали. Входящий в общие формулы вектор $\vec{V}_{\text{сум}}$ обозначает скорость резания именно в таком суммарном движении. Он равен сумме скорости резания в общепринятом понимании \vec{V} и скорости подачи \vec{S} :

$$\vec{V}_{\text{сум}} = \vec{V} + \vec{S}$$

На практике задача определения кинематических углов может ставиться более конкретно и упрощенно. Например, часто рассматривается случай, когда суммарная скорость $\vec{V}_{\text{сум}}$ разделена на \vec{V} и \vec{S} , причем вектор \vec{S} лежит в плоскости, перпендикулярной к \vec{V} . При таком подходе дополнительно определяется угол наклона режущей кромки к вектору скорости подачи λ_S , который измеряется между векторами \vec{K} и \vec{S} :

$$\lambda_S = \arccos \frac{\vec{K} \cdot \vec{S}}{K \cdot S}$$

Вместо λ_S принято применять угол в плане φ , который измеряется между вектором \vec{S} и проекцией вектора \vec{K} на плоскость, перпендикулярную вектору \vec{V} .

Из всех перечисленных кинематических углов выделим и назовем основными углы λ , φ , γ , δ . Другие углы можно подсчитать исходя из основных. Каждой конкретной точке режущей кромки и конкретному моменту времени соответствуют определенные длины, направления и взаимное расположение указанных выше векторов, и, следовательно, определенные конкретные значения λ , φ , γ , δ . Они характеризуют мгновенное положение элементов режущей кромки и рабочих поверхностей относительно векторов \vec{V} и \vec{S} и элемента поверхности резания.

Итак, все геометрические параметры по их назначению можно разделить на исходные, локальные и установочные, причем исходные и установочные являются статическими, а локальные — как статичес-

кими, так и кинематическими. Зная исходные и установочные параметры, можно рассчитать значения и распределение вдоль кромки локальных кинематических углов, непосредственно влияющих на процесс резания. Более того, с помощью исходных и установочных параметров можно управлять процессом резания через кинематические локальные углы.

3. ПРОЕКТИРОВАНИЕ РЕЖУЩИХ ИНСТРУМЕНТОВ

Цель проектирования - разработка современного режущего инструмента с требуемыми свойствами (стойкостью, прочностью, точностью, надежностью), обеспечивающего получение заданной детали при оптимальном проведении технологического процесса ее обработки.

Проектирование режущего инструмента выполняется в органической связи с проектированием оптимальной технологии. При этом задача проектирования может решаться в общей или частной постановке.

В общем случае (при общей постановке задачи) проектирование режущего инструмента включает следующие этапы:

- 1) Выбор способа обработки (схемы формообразования, схемы среза припуска, кинематики) и соответствующего ему типа (вида, разновидности) инструмента.
- 2) Определение структуры инструмента, т.е. состава элементов, из которых он будет синтезирован.
- 3) Расчет или выбор конструктивных и геометрических параметров.
- 4) Профилирование (при необходимости).
- 5) Проверочные расчеты на прочность, жесткость, надежность, точность, бесподналадочность и т.п.
- 6) Конструктивное оформление (конструирование) и вычерчивание.

Все этапы проектирования взаимно связаны, их последовательность в конкретных случаях может отличаться от указанной. При упрощенной частной постановке задачи те или иные этапы проектирования могут отсутствовать. Содержание и объем проектирования зависят также от того, насколько проектируемый инструмент отличается от имеющихся аналогов. Наиболее трудоемко проектирование нового специального инструмента.

Исходными данными при проектировании режущего инструмента являются:

Заданные чертежом сведения об обрабатываемой детали и требования к ее качеству (материал, твердость и прочность; форма; обрабатываемая поверхность с ее профилем и параметрами, размеры, допуски, шероховатость; структура поверхностного слоя после обработки и др.).

Критерии оптимальности технологического процесса (операции, перехода), например, заданная производительность или технологическая себестоимость.

Тип производства (массовое, серийное или единичное неавтоматизированное, серийное гибкое автоматизированное).

Требования к проектируемому инструменту (стойкость, прочность, жесткость, точность, надежность, бесподналадочность, быстроемость, регулируемость и др.).

Способ обработки и, следовательно, тип инструмента, тип станка и его кинематика, оснастка.

Структура инструмента или конкретные значения тех или иных параметров.

Кроме того, в качестве исходной используется справочная информация, содержащаяся в стандартах, каталогах, справочниках и технической литературе.

Проектирование режущих инструментов должно основываться на следующих теоретических и методических принципах:

- системного подхода;
- стандартизации, унификации, типизации;
- оптимизации;
- математического моделирования;
- формализации.

Проектирование режущего инструмента будет качественным, если оно базируется на новейших достижениях фундаментальных и технических наук, вычислительной техники и передового опыта. Для создания современного, эффективного инструментального оснащения технологии требуется умелое использование достижений математики, теории резания, теории формообразования поверхностей резанием, теории и практики проектирования инструментов [1-7].

Особое значение имеет правильное использование ГОСТов, стандартов СЭВ, стандартов предприятия и другой нормативной документации. Во многих случаях задача проектирования сводится к той или иной доработке стандартных конструкций. Перечень и описание стан-

дартов на режущие инструменты имеются в ежегодно издаваемом "Указателе государственных стандартов СССР" в разделах Г23 "Инструмент для обработки резанием" и Г25 "Инструмент абразивный, алмазный и абразивные материалы".

Все стандарты можно разделить на общие, относящиеся ко всем режущим инструментам независимо от классификационных категорий (типов, назначения, инструментального материала и т.п.), и конкретные, относящиеся к конкретному типу инструмента, тем или иным конкретным его характеристикам, параметрам, конструктивным и технологическим особенностям.

Примеры общих стандартов (отсутствующих и существующих):

Определение режущего инструмента в целом (отсутствует).

Определение типов инструментов других классификационных категорий, общая классификация режущих инструментов (отсутствуют).

Конструктивные, геометрические и другие параметры режущих инструментов.

Термины.

Рифления и углы уклона ножей и пазов режущего инструмента.

Размеры. ГОСТ 2568-71.

Хвостовики инструментов. Диаметры, квадраты, лыски и отверстия под квадраты. Размеры. ГОСТ 9523-67.

Конусы инструментов укороченные. Размеры. ГОСТ 9953-67.

Конусы инструментов. Допуски. Методы и средства контроля. ГОСТ 2848-75.

Крепление инструментов на оправках. Типы и размеры. ГОСТ 9472-70.

В настоящее время более 90 % стандартов по режущим инструментам являются конкретными. Они относятся к конкретным типам инструментов (резцы, сверла, фрезы, долбяки и т.п.), конкретным их особенностям (по назначению, инструментальному материалу, диапазону размеров и т.п.). При этом в каждом ГОСТе, как правило, содержатся не все сведения о данном конкретном инструменте, а только отдельные его характеристики, такие как конструкция и размеры (или типы и основные размеры или только основные размеры), допуски, технические требования.

Примеры конкретных стандартов:

Зенкеры насадные со вставными ножами из быстрорежущей стали. Конструкция и размеры. ГОСТ 2255-71.

Фрезы дисковые трехсторонние. Основные размеры. ГОСТ 3755-78 (СТ СЭВ II7-74).

Метчики гаечные с изогнутым хвостовиком. Конструкция и размеры. ГОСТ 6951-71.

Одним из перспективных направлений современной технологии машиностроения является разработка и внедрение систем автоматизированного проектирования (САПР). Применение таких систем особенно эффективно в гибких автоматизированных производствах (ГАП).

Система автоматизированного проектирования режущих инструментов (САПР РИ) является одной из подсистем САПР технологических процессов. Перечисленные выше принципы и методика проектирования легко формализуются и могут эффективно использоваться в составе математического и алгоритмического обеспечения САПР РИ. (Более подробно системы САПР РИ будут рассмотрены в отдельной лекции).

4. ФОРМООБРАЗОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ РЕЗАНИЕМ

4.1. Введение в теорию формообразования

Механическая обработка состоит из двух взаимосвязанных процессов: процесса срезания припуска и процесса формообразования.

Формообразование - это образование требуемой формы детали, определяемой геометрическим характером и взаимным расположением ограничивающих ее поверхностей, а также размерами, допусками и шероховатостью.

Если рассматривать задачу чисто геометрически, без учета сил, тепловых явлений, износа инструмента, то формообразование - это получение заданных чертежом поверхностей детали.

Формообразование осуществляют формообразующие элементы (точки, линии или поверхности), принадлежащие инструменту и контактирующие с поверхностью детали при обработке. При обработке резанием формообразующими являются точки или линии на режущих кромках, а при обработке давлением формообразующими являются рабочие поверхности инструментов. Формообразующая поверхность используется и при резании, но лишь условно, в качестве промежуточной инструментальной поверхности [1,4,7].

Непосредственный контакт с поверхностью детали осуществляют контактные элементы, расположенные на формообразу-

ющих элементах. Контактными элементами могут быть точки, линии или поверхности. Контактный элемент может быть фиксированным (неизменно расположенным) на формообразующем элементе, текущим (изменяющим положение) или полностью совпадающим с формообразующим элементом.

В процессе формообразования инструмент совершает относительно обработанной детали формообразующие движения и, контактируя с поверхностью детали своими формообразующими элементами, производит формообразование.

Таким образом, формообразование включает:

- 1) деталь с ограничивающими ее поверхностями;
- 2) инструмент с формообразующими элементами;
- 3) формообразующие движения.

Совокупность уравнений и формул, математически описывающих эти три составляющих, представляет собой математическую модель формообразования.

Модели формообразования могут различаться характером формообразующего и контактного элементов (поверхность, линия, точка); длительностью контакта (мгновенный или непрерывный); формообразующим движением и другими признаками. Используя в различных сочетаниях наиболее существенные из этих признаков, введем типовые модели формообразования (пять из них представлены в табл. I).

Типовые модели 1 и 2 обеспечивают полное формообразование, при котором получается геометрически полная поверхность детали, а модели 3, 4, 5 обеспечивают частичное формообразование, при котором геометрически полная поверхность детали заменяется множеством принадлежащих ей линий или точек. Указанные в табл. I типовые модели являются однопараметрическими. Сочетая их в различных композициях, можно получить многопараметрические модели, примеры которых будут рассмотрены ниже [7].

Типовым моделям соответствуют типовые алгоритмы моделирования формообразования. Задачу моделирования можно поставить по-разному, в зависимости от того, что задано и что нужно найти, следовательно, одной и той же модели может соответствовать несколько разных алгоритмов.

Моделирование формообразования и профилирование инструмента — это разные, хотя связанные понятия. Теоретически процесс формообразования может обойтись без материального инструмента, так как он

Тип модели	Условная запись				Мгновенный контактный элемент	
1	Формообразующая линия	Формообразующее движение	Формообразуемая поверхность	Контактная линия, совпадающая с формообразующей линией		
2	Формообразующая поверхность	Формообразующее движение	Семейство формообразующихся поверхностей Условие касания	Формообразуемая поверхность как огибающая	Контактная линия - характеристика огибающей	
3	Формообразующая точка	Формообразующее движение	Линия на формообразуемой поверхности	Контактная точка, совпадающая с формообразующей точкой		
4	Формообразующая линия	Формообразующее движение	Траектория формообразующей линии	Формообразуемая поверхность	Линия на формообразуемой поверхности	Контактная точка, текущая по формообразующей линии
5	Формообразующая поверхность	Формообразующее движение	Траектория формообразующей поверхности (семейство поверхностей)	Формообразуемая поверхность	Линия на формообразуемой поверхности	Контактная точка, текущая по формообразующей поверхности

имеет свой нематериальный "инструмент" - формообразующий элемент. Однако в реальном процессе заготовка и деталь материальны, поэтому требуется реализация модели формообразования, которая и осуществляется реальным инструментом. Следовательно, профилирование и конструирование инструмента - это прежде всего материализация формообразующего элемента, входящего в модель формообразования. Именно формообразующий элемент связывает моделирование формообразования и конструирование инструмента, являясь результатом первого и исходным началом второго. Каждый формообразующий элемент материализуется в виде режущей кромки (или точек на ней) и реализуется своим режущим элементом (элементарным резцом). Можно считать, что любой режущий инструмент есть совокупность неразъемно или разъемно соединенных режущих элементов (элементарных резцов), каждый из которых имеет отдельную неразрывную режущую кромку. Различные инструменты и их режущие элементы (элементарные резцы) отличаются друг от друга формообразующими и контактными элементами. Если роль формообразующей линии выполняет целиком вся режущая кромка (т.е. все ее точки одновременно или последовательно контактируют с поверхностью детали), то режущие элементы (элементарные резцы) будем называть фасонными. Будем различать копирующие, касающиеся (тангенциальные) и обкаточные фасонные резцы.

Копирующими элементарными фасонными резцами будем называть резцы, фасонная режущая кромка которых образует поверхность детали как траекторию своего движения. Они реализуют первую типовую модель формообразования (см. табл. I). У касающихся элементарных фасонных резцов траектория режущей кромки касается поверхности детали. У обкаточных фасонных резцов режущая кромка как формообразующая линия сбкатывается по поверхности детали, а текущая по этой линии контактная точка непосредственно осуществляет формообразование (четвертая типовая модель). Таким образом, режущая кромка фасонных элементарных резцов всех трех типов участвует в формообразовании всеми точками (это их отличительное свойство).

Формообразование может осуществлять единственная точка, зафиксированная на режущей кромке. В этом случае элементарный резец будем называть точечным (в отличие от фасонного). Одна и та же точка (вершина резца) непрерывно контактирует с поверхностью детали (копирующий точечный резец) или касается ее в момент контакта (касающийся точечный резец). Точечные резцы реализуют третью

и другие типовые модели формообразования. Например, проходной, расточной и строгальный резцы и резец, работающий по копиру - это единичные копирующие точечные резцы. Сверло - это два копирующих точечных (расточных) резца на "уголках" плюс один неформообразующий элементарный резец с поперечной режущей кромкой. Соответственно, зенкер и торцовая фреза включают по несколько копирующих точечных резцов (зубьев).

Таким образом, любой режущий инструмент - это совокупность элементарных резцов (режущих элементов). Элементарные резцы делятся на формообразующие и неформообразующие. Формообразующие резцы делятся на точечные (копирующие и касающиеся) и фасонные (копирующие, касающиеся и обточечные). Бывает также элементарные резцы, у которых часть режущей кромки является формообразующей, а часть - неформообразующей (например, у метчика).

4.2. Многопараметрические отображения в теории формообразования

В задачах формообразования и проектирования режущих инструментов используется различный математический аппарат: начертательная геометрия, векторная алгебра, аналитическая геометрия, дифференциальное и матричное исчисления и др. [1-5].

Одним из современных и удобных для реализации на ЭВМ является аппарат многопараметрических отображений [7]. Этот аппарат основан на наиболее общих в современной математике понятиях: множество и отображение.

Отображением называется постановка по определенному закону одной геометрической фигуры в соответствие другой. Геометрическими фигурами могут быть точки, отрезки линий, отсеки поверхностей, объемы пространства и др.

Пусть имеется трехмерное евклидово пространство, каждой точке которого соответствует свой радиус-вектор. В этом пространстве зададим $n + 1$ координатных реперов (систем координат), где n - любое целое число (рис.4). Положение каждого предыдущего репера относительно последующего задано радиус-вектором начала репера с линейным преобразованием координат V . Относительно репера I задана точка P_1 с радиус-вектором \vec{r}_1 и преобразование этой точки в точку P_1' с радиус-вектором \vec{r}_1' . Преобразование вы-

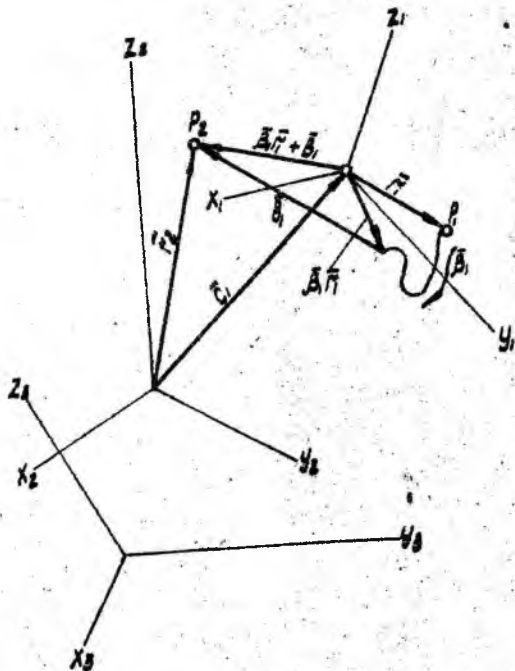


Рис. 4. Радиус-векторы отображения

полняется с помощью оператора β_1 и вектора \bar{b}_1 :

$$\bar{r}'_1 = \beta_1 \bar{r}_1 + \bar{b}_1.$$

Осуществив переход от репера 1 к реперу 2 с помощью ν_1 , \bar{c}_1 , получим точку P_2 , совпадающую с P'_1 , рассмотренную относительно репера 2:

$$\bar{r}_2 = \nu_1 \bar{r}'_1 + \bar{c}_1$$

или

$$\bar{r}_2 = \nu_1 \beta_1 \bar{r}_1 + \nu_1 \bar{b}_1 + \bar{c}_1. \quad (4.1)$$

Отображение (4.1) - это композиция из преобразования пространства в репере 1 и преобразования координат реперов 1 и 2.

Выполним аналогичное преобразование пространства, но уже относительно репера 2. Точку P_2 с радиус-вектором \bar{r}_2 при помощи операторов $\bar{\beta}_2, \bar{b}_2$ преобразуем в точку P_2' с радиус-вектором \bar{r}_2' (см. рис. 4):

$$\bar{r}_2' = \bar{\beta}_2 \bar{r}_2 + \bar{b}_2.$$

Посредством $\bar{\nu}_2, \bar{c}_2$ координаты репера 2 преобразуем в координаты репера 3 с получением точки P_3 . Композицию преобразований пространства в репере 2 и координат реперов 2 и 3 записываем так:

$$\bar{r} = \bar{\nu}_2 \bar{\beta}_2 \bar{r}_2 + \bar{\nu}_2 \bar{b}_2 + \bar{c}_2. \quad (4.2)$$

Рассматривая выражение (4.2) как произведение отображений $\bar{r}_1 \rightarrow \bar{r}_2$ и $\bar{r}_2 \rightarrow \bar{r}_3$, имеем:

$$\bar{r} = \bar{\nu}_2 \bar{\beta}_2 \bar{\nu}_1 \bar{\beta}_1 \bar{r}_1 + \bar{\nu}_2 \bar{\beta}_2 (\bar{\nu}_1 \bar{b}_1 + \bar{c}_1) + \bar{\nu}_2 \bar{b}_2 + \bar{c}_2. \quad (4.3)$$

Если выполнить аналогичные действия для последующих векторов, то получим произведение из n преобразований пространства и n преобразований координат, где n - любое целое число. Мы ограничимся значением $n = 3$, которому соответствует уравнение (4.3); индекс 3 при \bar{r} для простоты опускаем.

Уравнение (4.3) будем называть векторным уравнением отображения. Радиус-векторы \bar{r}_1, \bar{r} , входящие в это уравнение, принадлежат соответственно начальному и конечному реперам. Их можно записать матрицами:

$$m_{r_1} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}; \quad m_r = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Каждое линейное преобразование $\bar{\nu}$ координат реперов задаем в уравнении (4.3) матрицей направляющих косинусов

$$m_{\nu} = \begin{pmatrix} \cos \nu' & \cos \nu'' & \cos \nu''' \\ \cos \nu^I & \cos \nu^{II} & \cos \nu^{III} \\ \cos \nu^I & \cos \nu^{II} & \cos \nu^{III} \end{pmatrix};$$

а каждый переход к новому началу - матрицей вектора \bar{c} :

$$m_c = \begin{pmatrix} c' \\ c'' \\ c''' \end{pmatrix}.$$

Операторы ν , \bar{c} будем называть координатными. Каждое преобразование пространства в уравнении (4.3) выполняется двумя отображающими операторами $\bar{\beta}$, \bar{b} с соответствующими им параметрами β , b .

Оператор $\bar{\beta}$ записываем матрицей

$$m_{\beta} = \begin{pmatrix} f_{11}(\beta) & f_{12}(\beta) & f_{13}(\beta) \\ f_{21}(\beta) & f_{22}(\beta) & f_{23}(\beta) \\ f_{31}(\beta) & f_{32}(\beta) & f_{33}(\beta) \end{pmatrix},$$

где β - это переменная из множества действительных чисел, функциями которой служат элементы матрицы. При фиксированном значении параметра β оператор $\bar{\beta}$ является линейным.

Оператор \bar{b} представляет собой вектор, задаваемый матрицей

$$m_b = \begin{pmatrix} b \cos \epsilon \\ b \cos \delta \\ b \cos \xi \end{pmatrix},$$

где b - переменная из множества действительных чисел/длина вектора/; ϵ , δ , ξ - углы между вектором \bar{b} и осями репера.

Подставив в векторное уравнение (4.3) вместо радиус-векторов, операторов их матрицы, получаем матричное уравнение отображения:

$$m_r = m_{\nu_2} m_{\beta_2} m_{\nu_1} m_{\beta_1} m_{r_1} + m_{\nu_2} m_{\beta_2} \times (m_{\nu_1} m_{\beta_1} + m_{c_1}) + m_{\nu_2} m_{\beta_2} + m_{c_2}. \quad (4.4)$$

В качестве отображающих могут применяться различные операторы, каждый из которых выполняет конкретное геометрическое преобразование и имеет свой конкретный параметр и конкретную матрицу. Например, операторы вращения, параллельного переноса и гомететии $\bar{\varphi}$, \bar{u} и \bar{g} имеют матрицы:

$$m_{\varphi} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{pmatrix}; \quad m_u = \begin{pmatrix} l \cos \epsilon \\ l \cos \delta \\ l \cos \xi \end{pmatrix};$$

$$m_g = \begin{pmatrix} g & 0 & 0 \\ 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & g \end{pmatrix},$$

где φ - угол поворота (параметр оператора $\bar{\varphi}$);

l - длина вектора параллельного переноса (параметр оператора \bar{l});

g - коэффициент гомотетии (параметр оператора \bar{g}).

Аналогично могут быть записаны матрицы операторов сжатия к плоскости, растяжения, инверсии и др.

Итак, в процессе отображения участвуют прообраз, образ и закон отображения (отображающий оператор). Оператор преобразует прообраз с помощью своего параметра. Если параметр изменяется непрерывно в каком-то диапазоне чисел, то имеем непрерывное отображение и непрерывный образ как множество мгновенных дискретных образов.

Отображения обладают обобщающими возможностями [7]. С помощью одного и того же набора унифицированных операторов они могут описывать движения деталей и инструментов (в том числе сложные), формообразуемые и формообразующие поверхности и режущие кромки, детали и инструменты в целом или их элементы как геометрические фигуры, процесса их касания или пересечения и т.п.

Движение есть частный случай отображения, при котором сохраняется ориентация реперов и не изменяются форма и размеры геометрической фигуры - прообраза. Подставив в уравнения отображения (4.3) и (4.4) вместо $\bar{\beta}$ и \bar{b} конкретные операторы вращения и параллельного переноса $\bar{\varphi}$ и \bar{l} , получим уравнения движения:

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \nu_2 \bar{\varphi}_2 \nu_1 \bar{\varphi}_1 \bar{r}_1 + \nu_2 \bar{\varphi}_2 (\nu_1 \bar{l}_1 - \bar{c}_1) + \nu_2 \bar{l}_2 + \bar{c}_2; \\ m_r &= m_{\nu_2} m_{\varphi_2} m_{\nu_1} m_{r_1} + m_{\nu_2} m_{\varphi_2} (m_{\nu_1} m_{l_1} - m_{c_1}) + \\ &+ m_{\nu_2} m_{l_2} + m_{c_2}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

В инструментальном производстве и в машиностроении чаще всего применяются винтовые и спиральные (затылованные) поверхности, поверхности вращения, цилиндрические и конические поверхности, плоскости. Все перечисленные поверхности называются кинематическими, так как описываются в пространстве движением линии - образу-

цей. Движущаяся линия является прообразом, а полученная поверхность — образом. Указанные поверхности различаются характером движения (отображающими операторами) и характером движущейся линии (прообразом). Например, выведем с помощью отображений уравнение винтовой поверхности.

В качестве образующей примем линию $\rho = f(\mu)$, расположенную в плоскости, проходящей через ось Z_1 под углом ψ к оси X_1 . Матрица образующей имеет вид:

$$m_{r_1} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho \cos \mu \cos \psi \\ \rho \cos \mu \sin \psi \\ -\rho \sin \mu \end{pmatrix},$$

где μ — параметр образующей (полярный угол), ρ — радиус-вектор.

Винтовую поверхность получим, если на образующую подействуем оператором вращения $\bar{\varphi}$ и оператором параллельного переноса \bar{l} , направленного вдоль оси вращения Y . Следовательно, векторное и матричное уравнения винтовой поверхности будут следующими:

$$\bar{r} = \bar{\varphi} \bar{r}_1 + \bar{l},$$

$$m_r = m_\varphi m_{r_1} + m_l.$$

Они получаются как частные из уравнений (4.3) и (4.4). Так как вектор \bar{l} направлен по оси Y , то его матрица упрощается:

$$m_l = \begin{pmatrix} 0 \\ l \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho \varphi \\ 0 \end{pmatrix},$$

где $l = \rho \varphi$ — длина вектора \bar{l} ,

ρ — параметр винта ($\rho = \frac{S}{2\pi}$),

S — шаг.

Выполнив умножение и сложение матриц (и заменив φ обозначением θ для удобства дальнейшего изложения), получим координатные параметрические уравнения винтовой поверхности с параметрами μ и θ :

$$x = \rho \cos \mu \cos \theta \cos \psi - \rho \sin \mu \sin \theta;$$

$$y = \rho \cos \mu \sin \psi + \rho \theta; \quad (4.6)$$

$$z = -\rho \cos \mu \sin \theta \cos \psi - \rho \sin \mu \cos \theta.$$

Отображения могут быть одно- и многопараметрическими. Например, с помощью однопараметрического отображения (вращения) точки-прообраза при непрерывном изменении одного параметра (угла поворота) получаем дугу окружности (однопараметрический образ). А с помощью трехпараметрического отображения можно получить, например, круглый вал как множество всех его точек. Первое отображение: точку (прообраз) перемещаем прямолинейно с параметром l_1 и получаем отрезок прямой (однопараметрический образ), отображающий оператор здесь - параллельный перенос \bar{L}_1 . Второе отображение: вращением отрезка (прообраза) с параметром ψ на угол 360° получаем круг (двухпараметрический образ с параметрами l_1 и ψ , отображающий оператор - вращение. Третье отображение: параллельным переносом \bar{L}_2 круга (прообраза) получаем круговой цилиндр как геометрическое тело с параметрами l_1 , ψ , l_2 , отображающий оператор - параллельный перенос \bar{L}_2 . Таким образом, трехпараметрический образ получен тремя однопараметрическими отображениями.

5. ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ПРОФИЛИРОВАНИЯ РЕЖУЩИХ ИНСТРУМЕНТОВ

Проектирование режущего инструмента в общем случае состоит из профилирования и конструктивного оформления (см. разд. 3).

З а д а ч а п р о ф и л и р о в а н и я: по заданному профилю детали и заданным движениям детали и инструмента найти профиль (координаты точек) режущей кромки или профиль задней поверхности.

Профилированию подлежат инструменты, образующие поверхность детали движением инструментальной поверхности или движением линии (фасонной режущей кромки).

В общем случае профилирование состоит из следующих этапов:

1. По заданной поверхности детали A и заданным движениям детали и инструмента определяют инструментальную поверхность I .

2. Определяют координаты точек режущей кромки как линии пересечения инструментальной и передней поверхностей.

3. Определяют профиль задней поверхности в нормальном сечении [I].

Рассмотрим первый этап профилирования - нахождение инструментальной поверхности.

Поверхности детали и инструментальная поверхность - это соприкасающиеся поверхности с мгновенным линейным касанием.

Известно, что соприкасающиеся поверхности взаимно огибают друг друга, т.е. являются взаимноогibaющими в движении относительно друг друга.

Огибающей называется поверхность, касательная к последовательным положениям движущейся поверхности, а линия их касания называется характеристикой. (Например, огибающей при прямолинейном движении шаровой поверхности является цилиндрическая, а при вращательном - торическая поверхность; характеристика в обоих случаях - окружность).

Таким образом, инструментальная поверхность I есть огибающая поверхности детали D при ее движении относительно неподвижного инструмента (инструмент мысленно останавливается).

В момент контакта D и I соприкасаются по линии (характеристике), которая в этот момент принадлежит обеим поверхностям. В следующий момент касание происходит по другой линии, а прежняя раздваивается: линия, принадлежащая поверхности детали, уходит с деталью, а линия, принадлежащая инструментальной поверхности, остается с инструментом. Этот процесс многократно повторяется. В результате в пространстве, связанном с инструментом, образуется совокупность линий касания (характеристик), которая является инструментальной огибающей поверхностью (рис.5).

Характеристику можно определить как линию, в точках которой скорость \vec{V} перпендикулярна к нормали поверхности детали \vec{N} , т.е. выполняется уравнение касания:

$$\vec{V} \cdot \vec{N} = 0.$$

Если это условие не выполняется, то вместо соприкосновения поверхностей D и I будет их взаимное внедрение или удаление.

В любой рассматриваемой точке поверхности детали условие $\vec{V} \cdot \vec{N} = 0$ выполняется не всегда, а в определенный момент времени; т.е. при определенном положении детали относительно инстру-

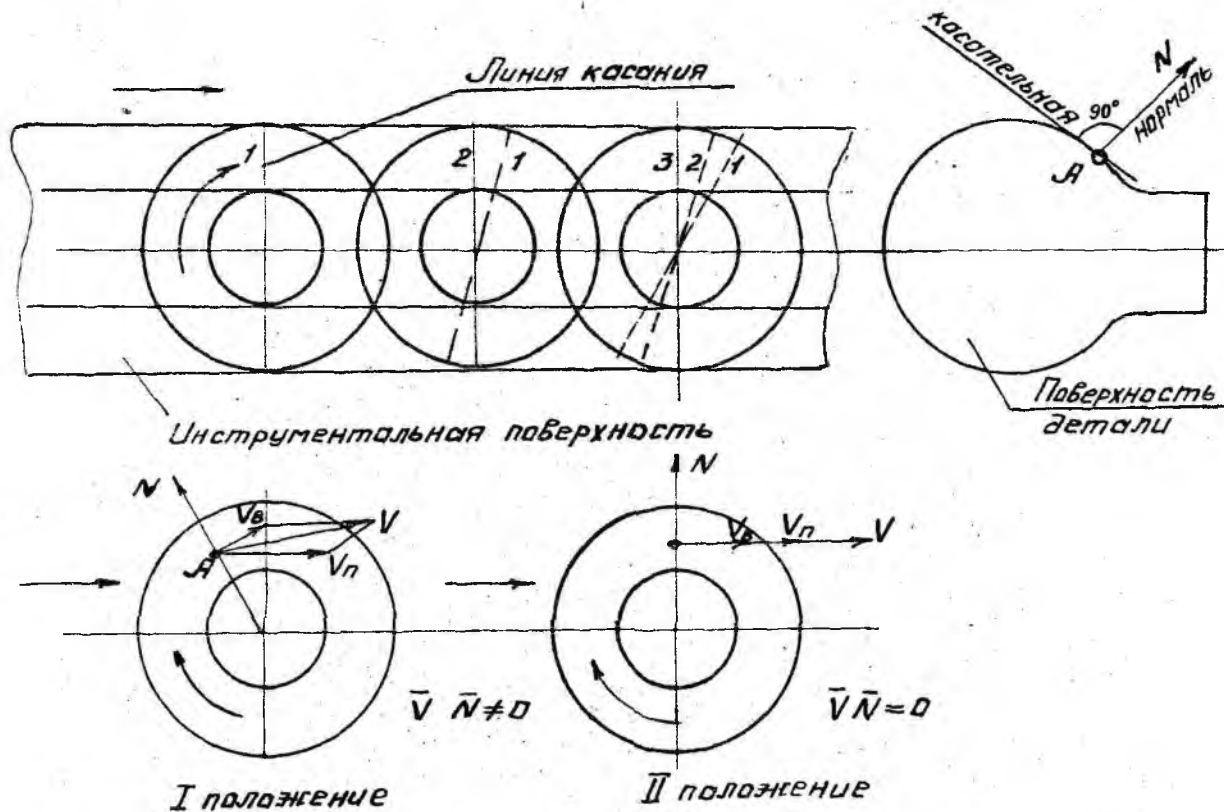


Рис.5. Огибающая шаровой поверхности

мента. На рис. 5. это условие выполняется во втором положении, когда рассматриваемая точка попадает в вертикальную осевую плоскость. (Здесь V_0 - скорость вращения, V_n - поступательная скорость, V - суммарная скорость). Другими словами, каждому фиксированному положению детали относительно инструмента (т.е. каждому моменту времени) соответствует строго определенная характеристика на D и H . Изменилось положение - изменилась и характеристика. Совокупность характеристик при многократном изменении положения детали и есть инструментальная поверхность.

Таким образом, из изложенного очевидно, что для нахождения инструментальной поверхности нужно:

1. На поверхности детали (в системе координат X, Y, Z , связанной с деталью) найти совокупность характеристик, соответствующих различным положениям детали относительно инструмента.

2. Зафиксировать эти характеристики в системе X_n, Y_n, Z_n , связанной с инструментом, т.е. перейти от системы координат детали к системе координат инструмента.

Для аналитического решения этой задачи нужно знать уравнения поверхности детали, уравнения перехода от системы координат детали к системе координат инструмента, а также уравнение касания.

Аналитически поверхность детали D в общем виде задается параметрическими уравнениями:

$$\begin{aligned} x &= f_1(\mu, \theta), \\ y &= f_2(\mu, \theta), \\ z &= f_3(\mu, \theta), \end{aligned} \quad (5.1)$$

где μ и θ - параметры.

Уравнения перехода от системы координат детали к системе координат инструмента и наоборот в общем виде записываются так:

$$\begin{aligned} x_u &= F_1(x, y, z, u) = F_1(\mu, \theta, u); \\ y_u &= F_2(x, y, z, u) = F_2(\mu, \theta, u); \\ z_u &= F_3(x, y, z, u) = F_3(\mu, \theta, u). \end{aligned} \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned}
 x &= F_1'(x_u, y_u, z_u, u); \\
 y &= F_2'(x_u, y_u, z_u, u); \\
 z &= F_3'(x_u, y_u, z_u, u).
 \end{aligned}
 \tag{5.3}$$

В уравнениях (5.2) и (5.3) u - параметр, характеризующий положение одной системы в другой (например, угол поворота или расстояние между центрами систем). При конкретном фиксированном значении u уравнения (5.2) являются уравнениями перехода от системы детали к системе инструмента, а уравнения (5.3) - от системы инструмента к системе детали. По этим уравнениям, зная координаты любой точки в системе детали, а также значение u , можно найти координаты в системе инструмента и - наоборот. Если же параметр u изменяется со временем, то уравнения (5.2) и (5.3) являются уравнениями движения и характеризуют изменяющееся положение (движение) одной системы в другой (в этом случае u - параметр движения). Если задать координаты точки в системе x, y, z , то уравнение (5.2) выразит траекторию движения этой точки.

Векторное уравнение касания $\vec{V} \cdot \vec{N} = 0$ в дифференциальной форме записывается определителем:

$$\begin{pmatrix} \vec{N} \\ \vec{V} \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{dx}{d\mu} & \frac{dy}{d\mu} & \frac{dz}{d\mu} \\ \frac{dx}{d\theta} & \frac{dy}{d\theta} & \frac{dz}{d\theta} \\ \frac{dx}{du} & \frac{dy}{du} & \frac{dz}{du} \end{vmatrix} = 0. \tag{5.4}$$

Первые две строки определителя содержат производные координат поверхности детали по параметрам μ и θ и выражают собой нормаль к этой поверхности \vec{N} . Эти производные находят дифференцированием уравнений поверхности детали (5.1). Третья строка определителя содержит производные координат траектории (пути) точек поверхности детали по параметру движения u (по времени). Эти производные выражают скорость движения точек поверхности детали относительно инструмента и определяются дифференцированием уравнений (5.3).

Теперь имеются все исходные данные для аналитического определения инструментальной поверхности; уравнения поверхности детали (5.1), уравнения движения (перехода) (5.2) и (5.3) и уравнение касания (5.4).

Как уже отмечалось, для определения Π вначале нужно найти линию касания (характеристику) на Π . Рассмотрим свойство этой линии. С одной стороны, линия касания лежит на поверхности детали, следовательно, координаты точек должны удовлетворять уравнениям поверхности детали (5.1). С другой стороны, не все точки детали находятся на линии касания, а только те, в которых выполняется условие касания $\vec{V} \cdot \vec{N} = 0$, т.е. удовлетворяется уравнение (5.4). Следовательно, линия касания на поверхности детали может быть получена совместным решением (5.1) и (5.4).

Если к уравнениям (5.5) добавить уравнение перехода от системы детали к системе инструмента (5.2), то совокупность (5.6) этих уравнений выразит ту же линию касания, но уже не в системе x, y, z (т.е. не на поверхности детали), а в системе инструмента x_u, y_u, z_u .

Линия касания на инструментальной поверхности (5.6)

Линия касания на поверхности детали (5.5)

$$\begin{aligned} x &= f_1(\mu, \theta) \\ y &= f_2(\mu, \theta) \\ z &= f_3(\mu, \theta) \end{aligned} \quad (5.1)$$

$$\begin{vmatrix} \frac{dx}{d\mu} & \frac{dy}{d\mu} & \frac{dz}{d\mu} \\ \frac{dx}{d\theta} & \frac{dy}{d\theta} & \frac{dz}{d\theta} \\ \frac{dx}{du} & \frac{dy}{du} & \frac{dz}{du} \end{vmatrix} = 0 \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} x_u &= F_1(x, y, z, u) = F_1(\mu, \theta, u) \\ y_u &= F_2(x, y, z, u) = F_2(\mu, \theta, u) \\ z_u &= F_3(x, y, z, u) = F_3(\mu, \theta, u) \end{aligned} \quad (5.2)$$

В уравнение движения (5.2) входит параметр движения u , изменяющийся со временем. Конкретному моменту времени (т.е. определенному значению u) соответствует определенная конкретная линия касания поверхности детали с инструментальной поверхностью. В следующий момент (при другом значении u) поверхности A и $И$ будут соприкасаться по другой такой же линии и т.д.

Совокупность таких линий касания в системе x_u, y_u, z_u при изменяющемся u и будет инструментальной поверхностью.

Таким образом, характер $И$ зависит от характера A и характера движения детали относительно инструмента. С изменением характера движения изменяется и инструментальная поверхность.

Например, если деталь ограничена поверхностью вращения и только вращается вокруг своей оси, то $И$ совпадает с A . На базе такой $И$ можно создать радиальный фасонный резец. В момент выхаживания (при отсутствии подачи) режущая кромка этого резца попадает на A и выполняет формообразование.

Если детали и инструменту задать вращение вокруг своих осей, то деталь относительно инструмента будет совершать планетарное движение (т.е. вращаться вокруг своей оси и оси инструмента).

В этом случае $И$ будет поверхностью вращения, на базе которой можно создать фасонную фрезу.

На рис.6 показана цилиндрическая инструментальная поверхность, образованная суммой вращения детали вокруг своей оси и прямолинейного движения, перпендикулярного оси вращения (деталь ограничена фасонной поверхностью вращения). На базе цилиндрической $И$ можно создать тангенциальный фасонный резец, протяжку, фасонный абразивный брусок. Мы рассмотрели первый этап профилирования, состоящий в нахождении инструментальной поверхности. Перейдем ко второму этапу.

Второй этап профилирования состоит в нахождении режущей кромки как линии пересечения передней и инструментальной поверхностей (рис. 6).

Точки режущей кромки могут быть найдены графически – методами начертательной геометрии (например, методом вспомогательных секущих плоскостей) или аналитически – совместным решением уравнений передней и инструментальной поверхностей.

Таким образом, инструментальная поверхность превращается в режущий инструмент благодаря расположению на ней режущих кромок [1].

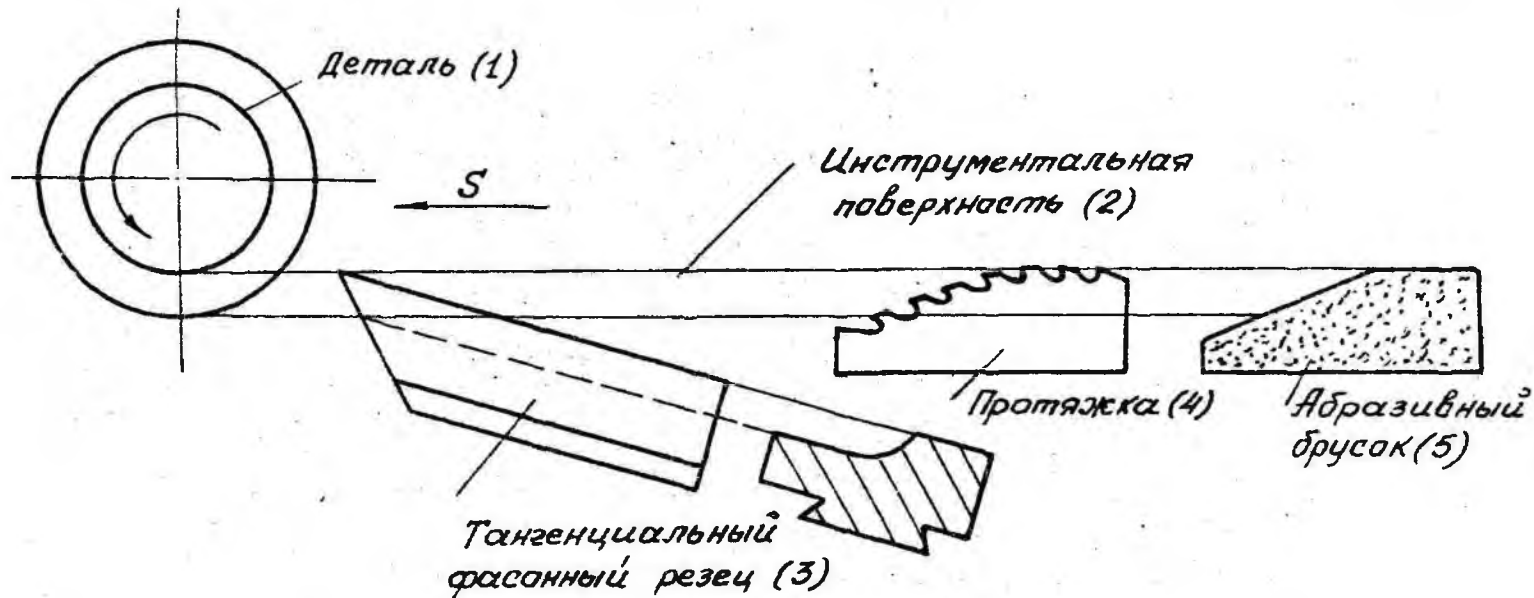


Рис.6. Разные инструменты на базе одной и той же инструментальной поверхности

Практически это достигается прорезанием стружечных канавок в теле, ограниченном инструментальной поверхностью (рис.6). Как правило, часть поверхности канавки выполняет роль передней поверхности, по ней сходит стружка.

В зависимости от того, как и сколько кромок расположить на инструментальной поверхности, можно получить тот или иной вид инструмента. Другими словами, на базе одной и той же инструментальной поверхности можно создать различные инструменты. Так, на рис. 6 показаны три различных вида инструмента, созданные на базе одной и той же цилиндрической *И*. При расположении на инструментальной поверхности одной фасонной режущей кромки образуется тангенциальный фасонный резец, нескольких режущих кромок - фасонная наружная протяжка, и, наконец, множества точек (режущих кромок) - абразивный брусок для суперфиниширования.

Третий этап профилирования заключается в нахождении задней поверхности и ее профиля в нормальном сечении. Задняя поверхность может быть получена определенным движением фасонной режущей кромки при заданном заднем угле, значение которого выбирается в зависимости от обрабатываемого материала. Поступательным движением режущей кромки можно получить цилиндрическую заднюю поверхность (рис.6), вращением - заднюю поверхность вращения, винтовым движением - винтовую заднюю поверхность и т.д.

Профиль задней поверхности можно найти графически методом перемены плоскостей проекций (на новую плоскость проекций проектируется фасонная режущая кромка) или аналитически - совместным решением уравнений задней поверхности и нормальной секущей плоскости.

6. ФАСОННЫЕ РЕЗЦЫ

6.1. Назначение и классификация

Фасонные резцы предназначены для обработки фасонных деталей, имеющих сложный профиль и ограниченных цилиндрической, винтовой поверхностями или поверхностью вращения.

Весь профиль детали полностью обрабатывается сразу одним фасонным резцом. Отсюда - более высокая производительность по сравнению с расчлененной обработкой отдельными резцами общего

назначения. Кроме того, благодаря применению фасонных резцов, уменьшается количество требуемого оборудования и рабочих, снижается требуемая квалификация, повышается точность изделий, так как многие размеры обеспечиваются самим резцом.

Однако фасонные резцы - это точный и дорогостоящий инструмент, пригодный для обработки деталей с одной конкретной формой профиля. Поэтому они применяются в массовом и крупносерийном производстве.

По способу формообразования поверхности детали фасонные резцы делятся на радиальные и тангенциальные.

Радиальные фасонные резцы осуществляют формообразование движением фасонной режущей кромки, имеющей непрерывный контакт с поверхностью детали одновременно всеми своими точками. Поверхность детали образуется как траектория линии - фасонной режущей кромки в ее формообразующем движении. При обработке детали, ограниченной поверхностью вращения, радиальный фасонный резец перемещается перпендикулярно к ее оси, т.е. радиально (с.43 и 47). В конечный момент обработки движение подачи прекращается, резец останавливается, а деталь продолжает вращаться ("выхаживание"). Период врезания заканчивается, и начинается период формообразования, фасонная режущая кромка своим движением относительно оси детали образует поверхность детали.

При работе тангенциального фасонного резца деталь вращается вокруг своей оси, а резец осуществляет прямолинейное движение подачи, перпендикулярное к оси детали (с.48). Траектория фасонной режущей кромки в движении подачи представляет собой цилиндрическую инструментальную поверхность с профилем, равным профилю детали. Фасонная режущая кромка проходит по касательной (тангенциально) к поверхности детали (отсюда и название). По мере прохождения через осевую вертикальную плоскость детали точки фасонной режущей кромки соприкасаются с поверхностью детали, образуя ее форму и на это время становясь формообразующими. При этом различные участки режущей кромки работают последовательно (один участок заканчивает работу, другой - начинает), поэтому усилие резания меньше, чем при работе радиальными резцами. В связи с этим тангенциальные резцы рекомендуются для обработки нежестких деталей с неглубоким профилем или для чистовой обработки после радиальных резцов. В последнем случае тангенциальные резцы целесооб-

разно закреплять в качающихся державках, настраиваемых по эталону. Это повышает точность обработанных деталей.

По характеру задней поверхности и, следовательно, по конструкции фасонные резцы делятся на призматические, круглые (дисковые) и винтовые. У призматических фасонных резцов задняя поверхность цилиндрическая (рис.8), у круглых - это поверхность вращения (рис.7), у винтовых - винтовая. Как радиальные, так и тангенциальные резцы могут иметь каждую из перечисленных задних поверхностей и быть соответственно призматическими, круглыми или винтовыми. Каждый из этих резцов может обрабатывать как наружные, так и внутренние фасонные поверхности.

6.2. Конструкции фасонных резцов

Конструкция фасонного резца определяется прежде всего характером задней поверхности. Поэтому круглые и призматические резцы имеют разную конструкцию. Примеры конструкций приведены на рис.7 и 8.

Диаметр круглого фасонного резца D_p и диаметр базового отверстия d выбирается по табл.2. Установочными базами круглого резца являются отверстие и перпендикулярный к нему торец. На противобазовом торце круглого резца на диаметре d предусматриваются рифления в количестве от 1 до 40, препятствующие провороту резца от силы резания и использующиеся для наладочного поворота резца. Иногда вместо рифлений на торце делают отверстия.

Длина призматического фасонного резца в большинстве случаев принимается равной 75-100 мм, а ширина зависит от ширины профиля детали. Установочные базы призматического резца - это плоскости, расположенные под углом 55-60° ("ласточкин хвост"). Размеры призматического резца выбираются по табл.3. При конструктивном оформлении фасонного резца целесообразно удлинять крайние участки режущей кромки на 1-3 мм (рис.9).

Для дуговых участков профиля нужно рассчитать их радиусы. На торцевых участках профиля нужно делать поднутрения 1-3° для уменьшения трения (рис.9).

Размеры, определяющие профиль резца и его положение относительно баз, должны иметь предельные отклонения $\pm 0,01$ или $\pm 0,02$ мм.

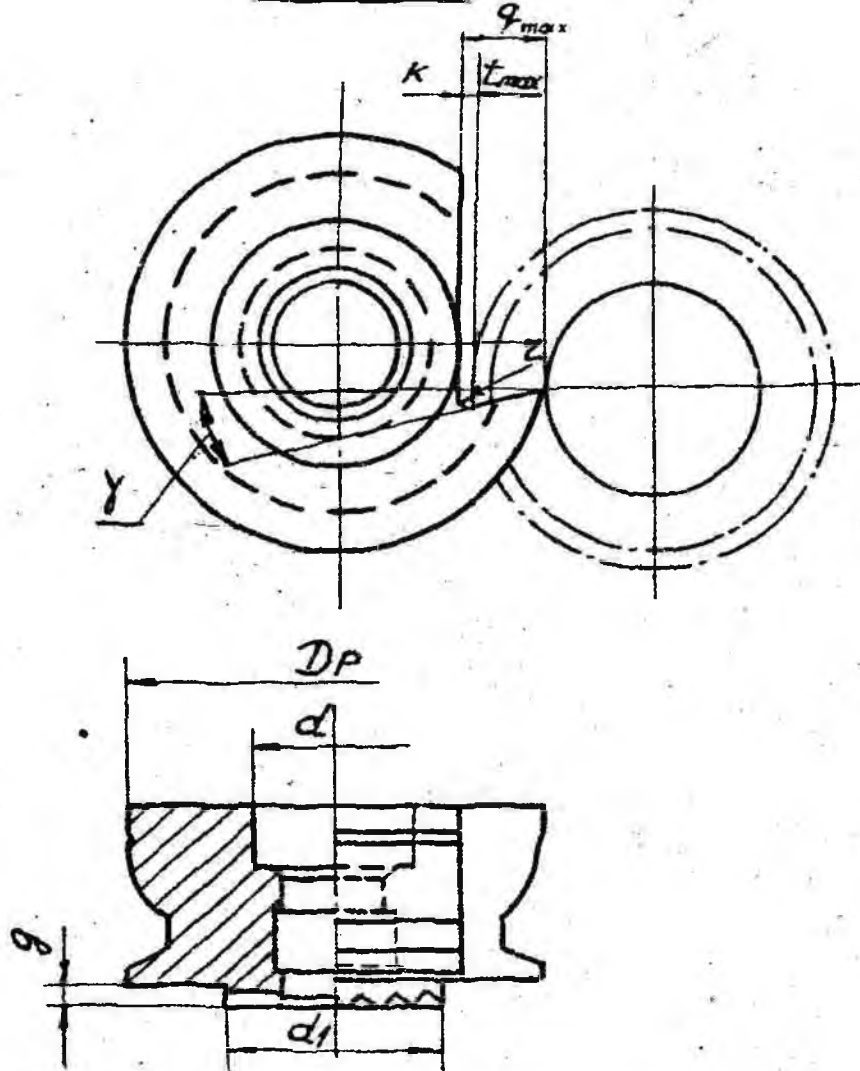


Рис. 7. Конструкция круглого фасонного резца

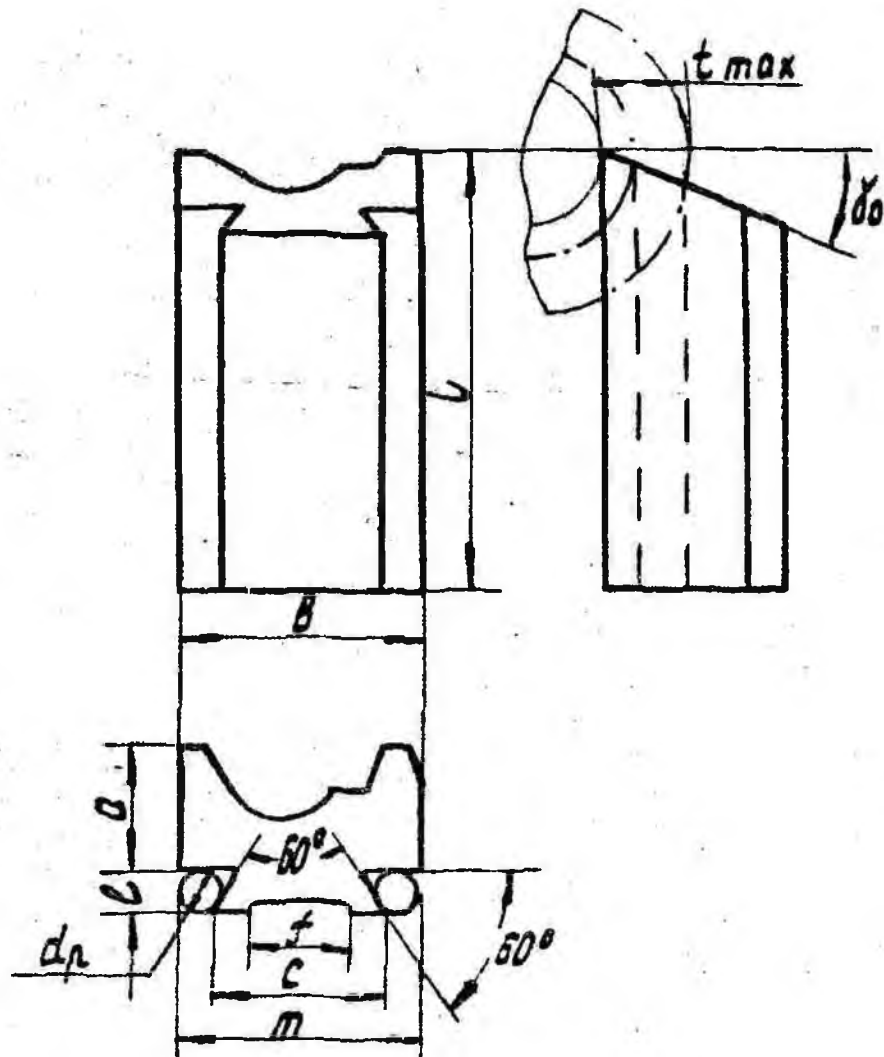


Рис. 8. Конструкция призматического фасонного резца

Таблица 2

Наибольшая глубина профиля детали t_{max}	Размеры резца						
	D_p	d	d_1	g	g_{max}	K	z
4	30	10	-	-	7	3	1
6	40	13	20	3	10	3	1
8	50	16	26	3	12	4	1
10	60	16	32	3	14	4	2
12	70	22	35	4	17	5	2
15	80	22	40	4	20	5	2
18	90	22	45	5	23	5	5
21	100	27	50	5	26	5	2

Таблица 3

Наибольшая глубина про- филя детали t_{max}	Размеры резца					Размеры хвостовика в зависимости от диаметра ролика			
	a	l	e	c	f	d_p	m	d_p	m
4	9	75	4	15	7	4	21,31	3	18,577
6	14	75	6	20	10	6	29,46	4	24,000
10	19	75	6	25	15	6	34,46	4	29,000
14	25	90	10	30	20	10	45,77	6	34,846
20	35	90	10	40	25	10	55,77	6	44,846
28	45	100	15	60	40	15	83,66	8	64,536

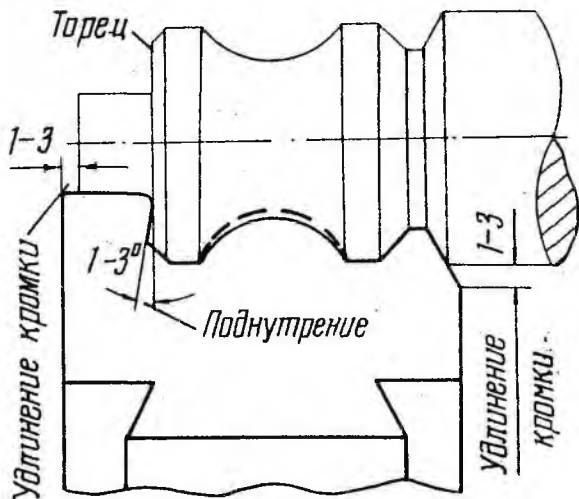


Рис.9. Оформление режущей кромки фасонного резца

Для контроля профиля резца и шлифовального круга применяются шаблон и контршаблон.

Фасонные резцы чаще изготавливаются цельными из быстрорежущих сталей или составными: рабочая часть из быстрорежущей стали приваривается к соединительной части (державке) из конструкционной стали 40 или 40X. В последнее время благодаря использованию пластифицированных заготовок и алмазной обработки расширяется применение фасонных резцов из твердых сплавов.

Заточка и переточка фасонных резцов производится по передней плоскости. После заточки у призматических резцов контролируется угол заточки $\gamma + \Delta$, а у круглых резцов - расстояние передней плоскости от оси резца, т.е. величина H . Для контроля H используется специальный шаблон (рис.10).

Передний и задний углы γ и Δ выбираются в зависимости

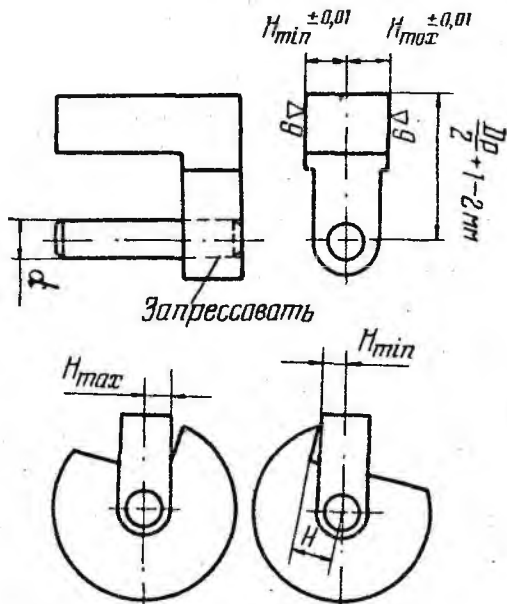


Рис.10. Шаблон для контроля заточки

от обрабатываемого материала по табл.4. Исходные значения этих углов достигаются установкой резца относительно детали: наклоном призматического резца на угол α или превышением оси круглого резца над осью детали на величину H . Для создания заднего угла на торцовых участках профиля детали фасонный резец дополнительно поворачивают в горизонтальной плоскости (рис.11).

6.3. Профилирование фасонных резцов

Задача профилирования состоит в определении профиля фасонного резца по известным размерам и профилю детали.

Исходными данными при профилировании являются поверхность детали, заданная на чертеже профилем и размерами, а также положение передней и задней поверхностей, заданное передним углом γ и задним углом α .

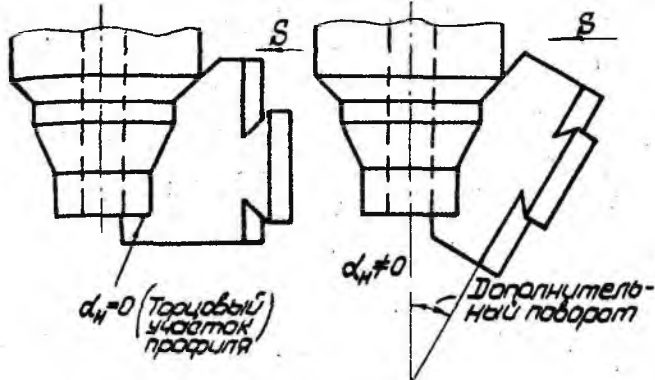


Рис. II. Дополнительный поворот реза

Подготовка исходных данных состоит в следующем (см. рис. I.2):

а) Характерные точки профиля изделия (как правило, точки пересечения соседних участков) обозначаются цифрами 0, 1, 2, 3, 4, 5 и т.д.

б) Назначается базовая точка 0, соответствующая наименьшему диаметру детали и предназначенная для отсчета от нее координат других точек.

в) Определяется базовый радиус детали r_0 , соответствующий базовой точке 0, и радиусы r_i для каждой точки профиля, т.е. радиусы r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 и т.д., соответствующие точкам профиля 1, 2, 3, 4, 5 и т.д. (i - это обозначение номера точки). Каждый радиус принимается равным половине среднего значения диаметра, подсчитанного с учетом предельных отклонений.

г) Подсчитывается наибольшая глубина профиля детали t_{max} как разность между наибольшим и базовым радиусами детали:

$$t_{max} = r_{max} - r_0,$$

д) Определяется глубина профиля детали $t = r_i - r_0$, соответствующая каждой точке профиля. Этот пункт выполняется только для тангенциальных резцов.

е) Из табл. 4 в зависимости от обрабатываемого материала выбираются значения углов γ и δ .

Передние и задние углы фасонных резцов

Обрабатываемый материал	Механические свойства				Передний угол	Задний угол
	σ_B кг/мм ²		HB			
	свыше	до	свыше	до	γ град.	α град.
Красная медь, алюминий	-	-	-	-	20-25	
Сталь	-	50	-	150	25	
Сталь	50	80	150	235	20-25	
Сталь	80	100	235	290	12-20	8-15
Сталь	100	120	290	350	8-12	
Бронза, свинцовая латунь	-	-	-	-	0-5	
Чугун	-	-	-	150	15	
Чугун	-	-	150	200	12	
Чугун	-	-	200	250	8	

Радиальные фасонные резцы профилируются в два этапа:

- 1) определяются координаты точек фасонной режущей кромки как линии пересечения поверхности детали с передней поверхностью;
- 2) определяется задняя поверхность и ее профиль в нормальном сечении.

Тангенциальные фасонные резцы профилируются в три этапа:

- 1) определяется инструментальная поверхность по заданной поверхности детали и заданным движениям детали и резца;
- 2) определяются координаты фасонной режущей кромки как линии пересечения инструментальной и передней поверхностей;
- 3) определяется задняя поверхность и ее профиль в нормальном сечении.

Фасонные резцы профилируются графически и аналитически, причем графический метод применяется только при проверке аналитического расчета для выявления грубых ошибок. Аналитический расчет производится с точностью до четвертого и округлением до третьего знака после запятой.

6.3.1. Профилирование радиального круглого фасонного резца (рис.12)

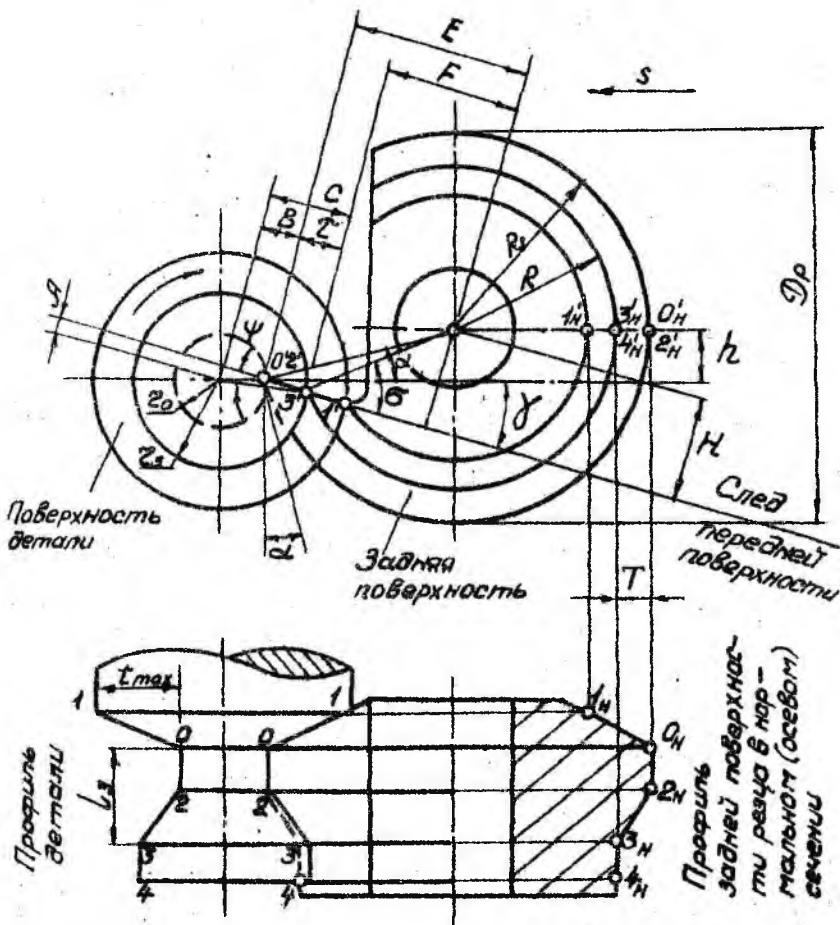


Рис. 12. Профилирование радиального круглого фасонного резца

Рассмотрим вначале графическое профилирование.

На первом этапе задана поверхность детали (в данном случае поверхность вращения) и передняя поверхность (в данном случае плоскость, параллельная оси детали и наклоненная на угол γ). Графическое построение проекции фасонной режущей кромки как линии пересечения указанных поверхностей выполняется в такой последовательности (см. рис. 12):

- 1) В масштабе 10:1 или 5:1 вычерчивают две проекции детали.
- 2) Через базовую точку профиля O' , соответствующую наименьшему диаметру детали, под углом γ проводят прямую - след передней плоскости.
- 3) В пересечении прямой - следа передней плоскости с соответствующими окружностями детали находят фронтальные проекции точек режущей кромки $1', 2', 3', 4'$ и т.д. Горизонтальные проекции этих точек находятся в проекционной связи с фронтальными.

Второй этап профилирования состоит в графическом построении задней поверхности и ее профиля в нормальном (осевом) сечении. Задняя поверхность круглого фасонного резца как поверхность вращения может быть образована вращением фасонной режущей кромки вокруг оси, параллельной оси детали. В связи с этим второй этап выполняют в такой последовательности:

- 1) по табл. 2 в зависимости от наибольшей глубины профиля детали t_{max} выбирают диаметр резца D_p и подсчитывают радиус резца $R_p = \frac{D_p}{2}$;
- 2) подсчитывают превышение оси резца над осью детали $h = R_p \cdot s$, необходимое для создания заднего угла; затем проводят горизонтальную прямую над центром детали на расстоянии h и засечкой радиусом резца R_p из базовой точки O' определяют положение центра резца;
- 3) из точек режущей кромки $1', 2', 3', 4'$ и т.д. проводят окружности, принадлежащие задней поверхности резца; их центр должен совпадать с центром резца;
- 4) находят точки пересечения указанных окружностей с горизонтальной прямой - следом осевой (нормальной) секущей плоскости; полученные точки $O'_H, 1'_H, 2'_H, 3'_H, 4'_H$ и т.д. являются фронтальными проекциями точек искомого профиля нормального сечения;
- 5) в проекционной связи с $O'_H, 1'_H, 2'_H, 3'_H, 4'_H$ определяют го-

горизонтальные проекции $O_H, 1_H, 2_H, 3_H, 4_H$ и т.д. точек искомого профиля. Они находятся в пересечении вертикальных линий проекционной связи с горизонтальными линиями, исходящими из точек $0, 1, 2, 3, 4$ и т.д. Например, точка 3_H находится на пересечении вертикали, опущенной из точки $3'_H$, с горизонталью, проведенной из точки 3 . Соединяя точки $O_H, 1_H, 2_H, 3_H, 4_H$ и т.д., получают искомый профиль задней поверхности резца в нормальном сечении.

Рассмотрим теперь аналитическое профилирование радиального круглого резца (см. рис. 12).

Поверхности детали аналитически заданы радиусами r_0 и r_i , осевыми размерами l_i (на рис. 12 для примера показаны r_3 и l_3 , соответствующие третьей точке профиля, т.е. $i = 3$). Положение передней и задней поверхностей аналитически заданы углами γ и δ . Кроме того, задан радиус резца R_p .

На первом этапе аналитического расчета исходя из r_0, r_i и γ рассчитывают координаты \bar{T} каждой точки фасонной режущей кромки, измеряемые по передней плоскости относительно базовой точки O' .

На втором этапе исходя из \bar{T}, δ и R_p рассчитывают координаты T каждой точки профиля задней поверхности резца относительно базовой точки O_H .

Осевые размеры l_i при профилировании не изменяются и поэтому в расчете не участвуют.

Формулы аналитического расчета выводятся из прямоугольных треугольников, образующихся при графическом построении профиля (см. рис. 12):

первый этап

второй этап

$$A = r_0 \sin \gamma;$$

$$B = r_0 \cos \gamma;$$

$$\psi = \arcsin \frac{A}{r_i};$$

$$c = r_i \cos \psi;$$

$$\bar{T} = c - B.$$

$$H = R_p \sin (\gamma + \delta);$$

$$E = R_p \cos (\gamma + \delta);$$

$$F = E - \bar{T};$$

$$\theta = \arctg \frac{H}{F};$$

$$R = \frac{H}{\sin \theta};$$

$$T = R_p - R.$$

6.3.2. Профилирование радиального призматического фасонного резца (рис.13)

Призматические радиальные резцы отличаются от круглых только характером задней поверхности: у круглых резцов это поверхность вращения, а у призматических резцов - цилиндрическая поверхность. Поэтому призматический резец на первом этапе профилируется точно так же, как круглый, и только второй этап имеет свои особенности.

Цилиндрическая задняя поверхность может быть образована прямолинейным поступательным движением фасонной режущей кромки под углом α к вертикальной плоскости. Профиль задней поверхности в нормальном сечении находят методом перемены плоскости проекции: горизонтальная плоскость проекций заменяется плоскостью этого сечения. Графически искомый профиль строят так (см.рис.13):

на прямой -образующей задней поверхности, проведенной из базовой точки O' под углом α в любом свободном месте чертежа, ставят точку O_H , затем на образующих, исходящих из точек $1'$, $2'$, $3'$, $4'$ и т.д., находят точки 1_H , 2_H , 3_H , 4_H и т.д. на расстояниях l_1 , l_2 , l_3 , l_4 и т.д. от точек O_H . Напомним, что l_i , т.е. l_1 , l_2 , l_3 , l_4 и т.д. - это осевые размеры детали, которые при профилировании не изменяются (на рис.13 для примера показан размер l_3 , соответствующий точке профиля 3).

Аналитическое профилирование призматических резцов на первом этапе выполняется так же, как и профилирование круглых резцов и по тем же формулам.

На втором этапе глубину профиля резца в нормальном сечении T определяют из прямоугольного треугольника исходя из величины \bar{T} (см.рис.13):

первый этап

второй этап

$$A = r_0 \sin \gamma;$$

$$T = \bar{T} \cos (\gamma + \alpha)$$

$$B = r_0 \cos \gamma;$$

$$\psi = \arcsin \frac{A}{r_i};$$

$$c = r_i \cos \psi;$$

$$\bar{T} = c - B.$$

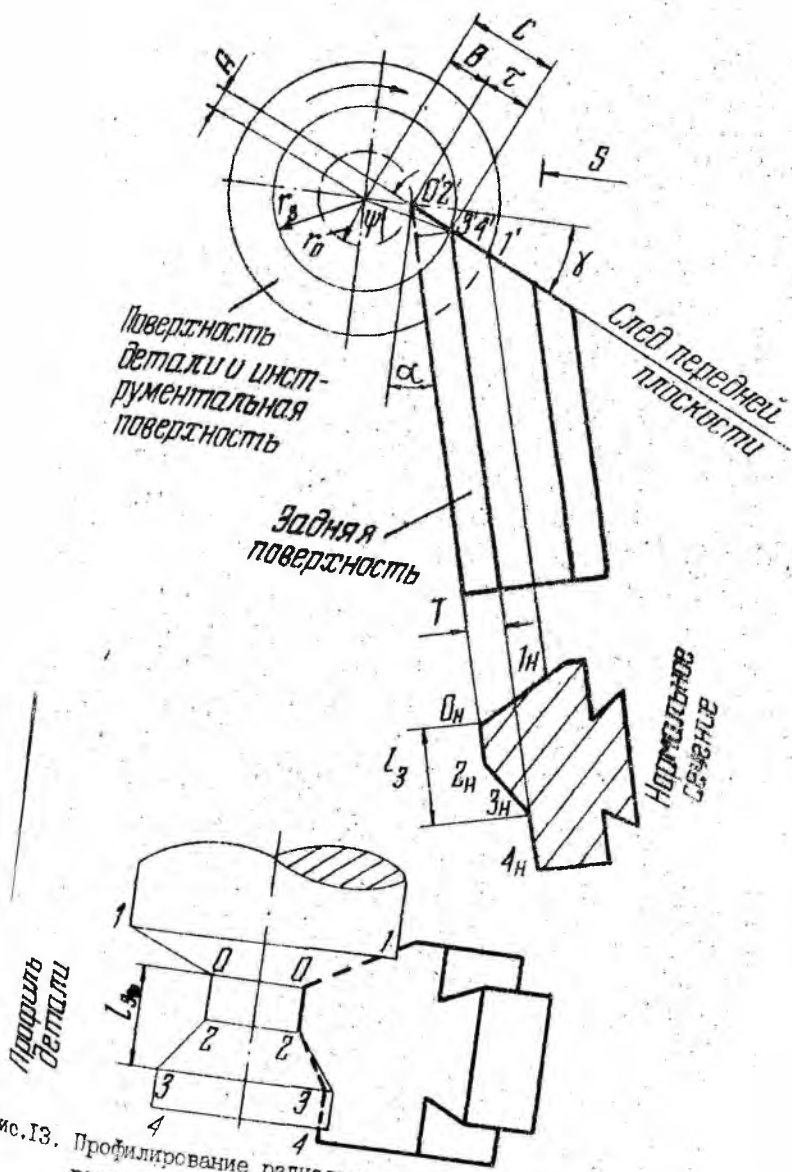


Рис. 13. Профилирование радиального призматического фасонного реза

6.3.3. Профилирование тангенциального призматического фасонного реза (рис. 14)

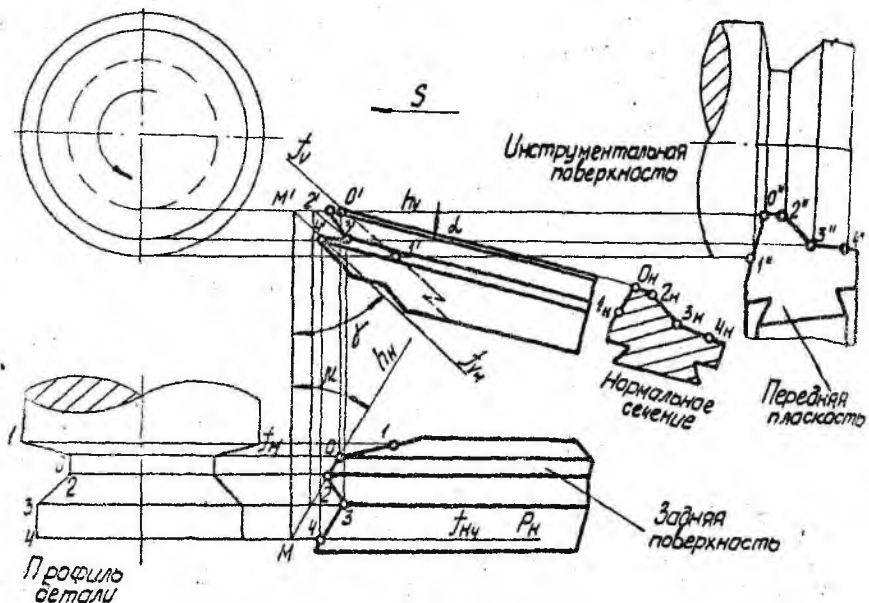


Рис. 14. Профилирование тангенциального призматического фасонного реза

При тангенциальном фасонном точении деталь вращается вокруг своей оси, а резец перемещается поступательно, перпендикулярно к оси детали. Если деталь ограничена поверхностью вращения, то при указанных движениях инструментальная поверхность является цилиндрической и ее профиль в нормальном сечении совпадает с заданным профилем детали в осевом сечении. Поэтому необходимость в первом этапе профилирования в данном случае отпадает.

На втором этапе профилирования требуется найти точки фасонной режущей кромки тангенциального реза как линии пересечения передней и инструментальной поверхностей.

Передняя плоскость общего положения графически задана горизонталью h и фронталью f , пересекающимися в базовой точке реза C . Положение горизонтали и фронтали задано соответственно углом μ и передним углом γ .

Точки фасонной режущей кромки графически строятся методом вспомогательных фронтальных секущих плоскостей, перпендикулярных оси детали. Рассмотрим это на примере построения точки 4. Через точку 4 профиля детали проводим секущую плоскость P со следом P_H . Эта плоскость пересечет инструментальную поверхность по прямой-образующей, а переднюю плоскость - по фронтале, исходящей из точки 4, наклоненной под углом γ' . Фронтальная проекция $f_{M'}$ фронтали, исходящая из точки M' , в пересечении с указанной образующей даст фронтальную проекцию режущей кромки $4'$. Горизонтальная проекция этой точки 4 находится на следе P_H в проекционной связи с $4'$. Аналогично строятся и другие точки фасонной режущей кромки.

Третий этап профилирования, т.е. определение профиля цилиндрической задней поверхности тангенциального реза в нормальном сечении, ничем не отличается по сравнению с радиальным призматическим резцом (см. предыдущий параграф и рис. 13).

Формулы для аналитического профилирования выводятся из прямоугольных треугольников, образованных в результате графического построения (рис. 15):

второй этап

третий этап

$$C = l_i \operatorname{tg} \mu;$$

$$t_p = T \cos(\alpha - \alpha).$$

$$U = t_i \operatorname{tg} \gamma;$$

$$G = C - U;$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{G}{t_i};$$

$$T = \frac{t_i}{\cos \alpha}$$

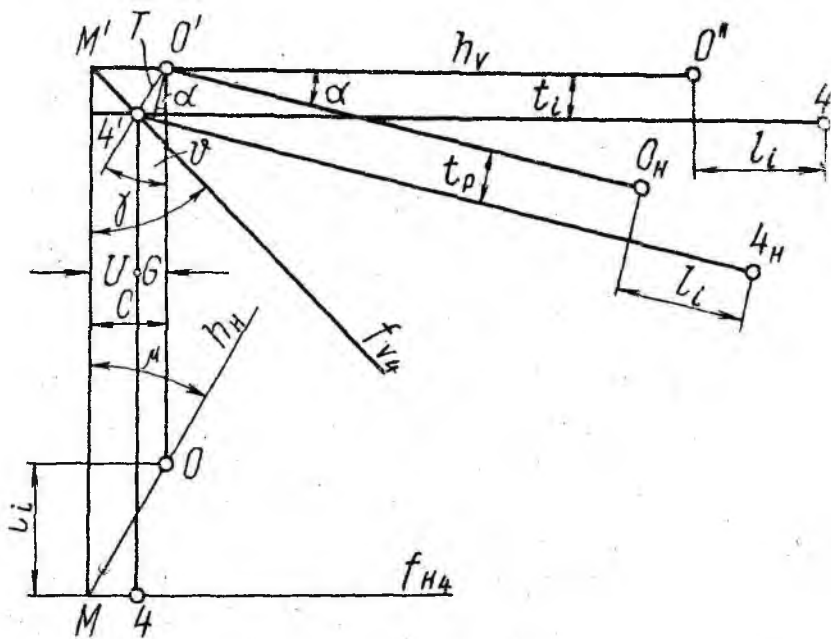


Рис.15. Схема аналитического расчета тангенциального фасонного реза

7. ОБЩИЙ СПОСОБ ПРОФИЛИРОВАНИЯ КОПИРУЮЩИХ ИНСТРУМЕНТОВ, РЕАЛИЗУЮЩИХ ПЕРВУЮ ТИПОВУЮ МОДЕЛЬ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ

7.1. Методика отображений как основа общего способа профилирования

В предыдущей главе используется тригонометрический способ профилирования, состоящий в решении треугольников, полученных при графическом построении профиля. Тригонометрический способ прост и нагляден, однако его применение ограничено только изделиями с поверхностью вращения и цилиндрической поверхностью. Копирующие

фасонные резцы, реализующие первую типовую модель формообразования, — это более широкое понятие по сравнению с радиальными. Первая модель реализуется не только копирующими фасонными резцами, но и другими составленными из них инструментами, например, резбовыми гребенками, метчиками, плашками, самораскрывающимися резбонарезными головками, головками для контурного зубодолбления и др. Поэтому целесообразно более широкое обобщение профилирования, обеспечиваемое использованием многопараметрических отображений.

В данном разделе излагается общий способ, обладающий расширенными возможностями и позволяющий профилировать самые различные сложные и простые копирующие фасонные резцы и другие составленные из них инструменты. Практически этот способ применим для всех копирующих фасонных резцов с плоской передней поверхностью, а именно: для винтовых, спиральных, круглых и призматических резцов при обработке общей и обычной винтовой поверхностей, спиральной и цилиндрической поверхностей и поверхности вращения. Методика отображений позволяет рассматривать фасонные резцы не изолированно, а в органической связи с другими инструментами при учете задач формообразования в целом. Выступая в роли элементов при синтезе сложных инструментов, фасонные резцы могут широко использоваться для реализации не только первой, но и других моделей формообразования [6].

Для большинства практических задач достаточной степенью обобщения обладает общая винтовая поверхность, при определенных значениях входящих в ее уравнение величин она может упрощаться в ту или иную из наиболее распространенных частных поверхностей. Поэтому именно общая винтовая поверхность принята в качестве исходной, она служит и поверхностью изделия, и задней поверхностью фасонного резца. Уравнения этой поверхности имеют вид:

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \bar{\varphi}_2 (\bar{r}_1 + \bar{L}_1); \\ x &= (x_i + r \theta \cos \varepsilon) \cos \theta + z_i \sin \theta; \\ y &= y_i + r \theta \sin \varepsilon; \\ z &= -(x_i + r \theta \cos \varepsilon) \sin \theta + z_i \cos \theta, \end{aligned} \quad (7.1)$$

где x_i, y_i, z_i - координаты точек профиля (образующей);
 ε - угол между вектором \bar{l}_1 и осью y ; r - параметр винта, θ - текущий угол поворота.

Если в уравнениях (7.1) параметры обозначены не строчными, а заглавными буквами (например, E вместо ε , Θ вместо θ), то будем считать, что это задняя поверхность, а не поверхность изделия.

В качестве передней поверхности примем плоскость общего положения, заданную в репере изделия xyz горизонталью и профильной прямой, пересекающимися в базовой точке (x_0, y_0, z_0) профиля изделия (рис.16). Считаем заданными углы $\tilde{\tau}$ и $\tilde{\gamma}$, где $\tilde{\tau}$ - угол между горизонталью и осью y , $\tilde{\gamma}$ - угол между фронталью и горизонтальной плоскостью xy (передний угол). Плоскость общего положения можно образовать двумя параллельными переносами \bar{l}_1 и \bar{l}_2 , приняв за прообраз центр репера I . Направив векторы переносов по горизонтали и профильной прямой, получим уравнения передней плоскости для данного случая:

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \bar{l}_1 + \bar{l}_2 + \bar{c}_2, \\ x &= x_0 - u_1 \sin \tilde{\tau} + u_2 \cos \tilde{\gamma}, \\ y &= y_0 + u_1 \cos \tilde{\tau}, \\ z &= z_0 - u_2 \sin \tilde{\gamma}, \end{aligned} \quad (7.2)$$

где u_1 и u_2 - параметры (длины векторов \bar{l}_1 и \bar{l}_2). Если в уравнениях (7.2) параметры обозначены не строчными, а заглавными буквами (например, T вместо $\tilde{\tau}$, Γ вместо $\tilde{\gamma}$) и если $T = 0$, $\Gamma = 0$, то будем считать, что это плоскость нормального сечения резца, а не передняя плоскость.

Режущая кромка копирующего фасонного резца - это линия пересечения поверхности изделия и передней плоскости, определяемая совместным решением их уравнений (7.1) и (7.2):

$$\begin{aligned} (x_i + r \theta \cos \varepsilon) \cos \theta + z_i \sin \theta &= x_0 - u_1 \sin \tilde{\tau} + \\ + u_2 \cos \tilde{\gamma}; \end{aligned} \quad (7.3)$$

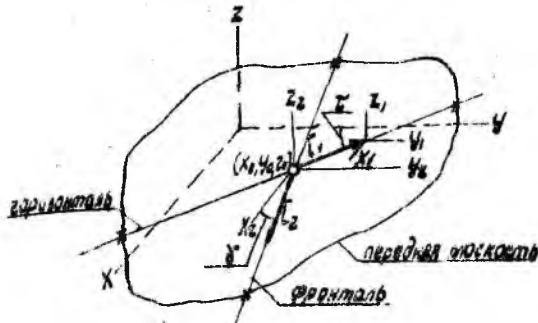


Рис.16. Задание передней поверхности

$$\begin{aligned}
 y_i + r \theta \sin \epsilon &= y_0 + u_1 \cos \tau; \\
 -(x_i + r \theta \cos \epsilon) \sin \theta + z_i \cos \theta &= z_0 - u_2 \sin \gamma; \\
 u_1 &= \frac{y_i + r \theta \sin \epsilon - y_0}{\cos \tau},
 \end{aligned} \tag{7.4}$$

$$u_2 = \frac{x_i \sin \theta + r \theta \cos \epsilon \sin \theta - z_i \cos \theta + z_0}{\sin \gamma}$$

$$k_1 \theta \sin \theta + k_2 \theta \cos \theta + k_3 \theta + k_4 \sin \theta + k_5 \cos \theta + k_6 = 0, \tag{7.5}$$

где

$$\begin{aligned}
 k_1 &= -r \cos \epsilon \cos \tau \cos \gamma; \\
 k_2 &= r \cos \epsilon \cos \tau \sin \gamma; \\
 k_3 &= r \sin \epsilon \sin \tau \sin \gamma; \\
 k_4 &= z_i \cos \tau \sin \gamma - x_i \cos \tau \cos \gamma; \\
 k_5 &= x_i \cos \tau \sin \gamma + z_i \cos \tau \cos \gamma; \\
 k_6 &= y_i \sin \tau \sin \gamma - x_0 \cos \tau \sin \gamma - \\
 &\quad - y_0 \sin \tau \sin \gamma - z_0 \cos \tau \cos \gamma.
 \end{aligned} \tag{7.6}$$

С помощью уравнений (7.2), (7.3), (7.4) можно преобразовать выражение для Z , что даст возможность применять излагаемую методику для призматических фасонных резцов. Подставляя выражение для u_1 из уравнения (7.4) в уравнение (7.3), имеем:

$$u_2 = \frac{(x_i + \rho \theta \cos \epsilon) \cos \theta + (z_i + \rho \theta \cos \epsilon) \sin \theta - x_0 + (y_i + \rho \theta \cos \delta - y_0) \operatorname{tg} \tau}{\cos \gamma},$$

а после подставки u_2 в уравнение (7.2) получаем:

$$z = z_0 + x_0 \operatorname{tg} \gamma + y_0 \operatorname{tg} \tau \operatorname{tg} \gamma - (x_i + \rho \theta \cos \epsilon) \times \operatorname{tg} \gamma \cos \theta - z_i \operatorname{tg} \gamma \sin \theta - (y_i + \rho \theta \sin \epsilon) \operatorname{tg} \tau \operatorname{tg} \gamma. \quad (7.7)$$

При решении уравнения (7.5) коэффициенты (7.6) подсчитываются для конкретных координат x_i , y_i разных точек профиля изделия. Корнями уравнения (7.5) являются значения угла θ , соответствующие точкам фасонной режущей кромки. Угол θ - это угол между осевой плоскостью изделия, проходящей через заданную точку профиля изделия, и осевой плоскостью, проходящей через точку режущей кромки. Подставляя полученные значения θ в уравнения (7.1), получаем координаты X , Y , Z точек режущей кромки в репере, связанном с изделием:

$$\begin{aligned} X &= (x_i + \rho \theta \cos \epsilon) \cos \theta + z_i \sin \theta; \\ Y &= y_i + \rho \theta \sin \epsilon; \\ Z &= z_0 + x_0 \operatorname{tg} \gamma + y_0 \operatorname{tg} \tau \operatorname{tg} \gamma - (x_i + \rho \theta \cos \epsilon) \times \operatorname{tg} \gamma \cos \theta - z_i \operatorname{tg} \gamma \sin \theta - (y_i + \rho \theta \sin \epsilon) \operatorname{tg} \tau \operatorname{tg} \gamma. \end{aligned} \quad (7.8)$$

(Выражения для X и Y взяты здесь из уравнений (7.1), выражение для Z - из (7.7)).

Таким образом, первый этап профилирования выполнен: найдена формообразую-

д а я линия - фасонная режущая кромка профилируемого копирующего резца.

Далее следует второй этап - образование задней поверхности и определение ее профиля. Для осуществления этого этапа необходимы координаты точек режущей кромки не в репере изделия, а в репере резца. Поэтому нужно вывести формулы перехода от одного репера к другому. Свяжем с копирующим фасонным резцом репер x_r, y_r, z_r и условимся, что его начало задано в репере изделия x, y, z координатами C_x, C_y, C_z (рис.17).

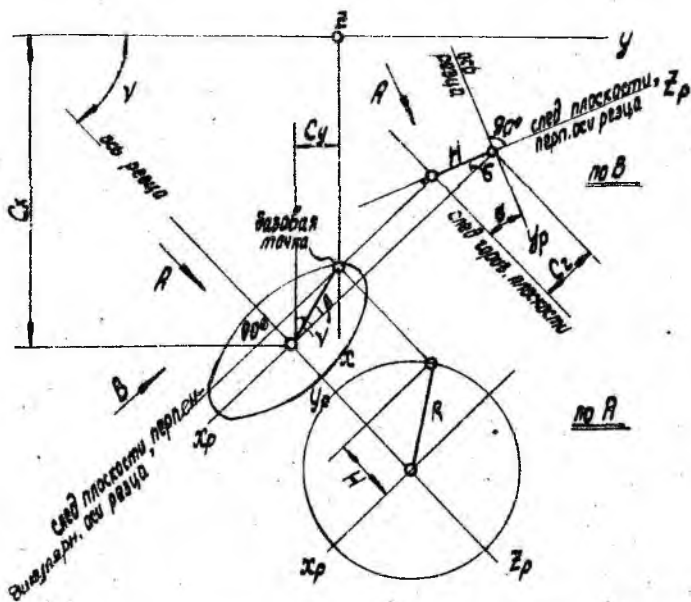


Рис.17. Координаты центра фасонного резца

Общее положение резца относительно изделия достигается поворотом репера резца вокруг его оси x_r на угол γ (поворот в горизонтальной плоскости, x, y вокруг вертикальной оси) и последующим поворотом репера резца вокруг его оси x_r на угол β (пово-

рот в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси x_p , параллельной плоскости xy). В исходном положении (до поворота) оси реперов параллельны. В результате двух поворотов ось x_p параллельна горизонтальной плоскости xy и составляет с осью x угол ν , а ось y_p наклонена к плоскости xy под углом θ . Проекция оси y_p на плоскость xy составляет с осью y угол ν . Введем вспомогательный репер $x'y'z'$, повернутый на угол ν вокруг оси z . Тогда положение репера резца относительно репера изделия найдем последовательным определением положения репера $x_p y_p z_p$ относительно $x'y'z'$, а затем положения репера $x'y'z'$ относительно xyz и наоборот. Матрицы направляющих косинусов репера $x_p y_p z_p$ в репере $x'y'z'$ и репера $x'y'z'$ в репере xyz имеют вид:

$$m_{p'} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}; \quad m_{y'} = \begin{pmatrix} \cos \nu & \sin \nu & 0 \\ \sin \nu & \cos \nu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрица координат центра репера резца в репере изделия

$$m_0 = \begin{pmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{pmatrix}$$

Из общего уравнения отображения получаем следующее уравнение перехода от репера изделия к реперу резца:

$$\begin{aligned} m_p &= m_{y'}^T m_{p'}^T (m - m_0); \\ x_p &= (x - C_x) \cos \nu - (y - C_y) \sin \nu; \\ y_p &= (x - C_x) \sin \nu \cos \theta + (y - C_y) \cos \nu \cos \theta - (z - C_z) \sin \theta; \\ z_p &= (x - C_x) \sin \nu \sin \theta + (y - C_y) \cos \nu \sin \theta + (z - C_z) \cos \theta. \end{aligned} \quad (7.9)$$

Из уравнений (7.9) видно, что принятое нами исходное положение копирующего фасонного резца относительно изделия является общим. Косинусы углов между осями приведены в табл.5. Ось x_p параллельна плоскости xy . Для винтовых и круглых фасонных резцов за ось

резца примем ось Y_p . В этом случае координаты центра репера резца C_x, C_y, C_z рекомендуется задавать исходя из оптимальных величин h и R , расположенных в плоскости, перпендикулярной к оси Y_p и проходящей через базовую точку профиля (см. рис. 17). Точка пересечения указанной плоскости и оси Y_p принимается за центр репера резца X_p, Y_p, Z_p . Величина R - расстояние от центра резца до базовой точки изделия (в частности, для круглых резцов это радиус), а h - превышение центра резца над горизонтальной плоскостью xy вдоль оси Z_p .

Т а б л и ц а 5

	x	y	z
X_p	$\cos \nu$	$\sin \nu$	0
Y_p	$\sin \nu \cos \theta$	$\cos \nu \cos \theta$	$-\sin \theta$
Z_p	$\sin \nu \sin \theta$	$\cos \nu \sin \theta$	$\cos \theta$

Зная h и R , можно рассчитать координаты центра резца по формулам:

$$\alpha = \arcsin \frac{h}{R}; \quad \beta = \arctg \frac{h \sin \theta}{R \cos \alpha};$$

$$C_x = x_0 + \frac{R \cos \alpha \cos (\nu - \beta)}{\cos \beta};$$

$$C_y = y_0 - \frac{R \cos \alpha \sin (\nu - \beta)}{\cos \beta};$$

$$C_z = h \cos \theta. \quad (7.10)$$

Вывод формул (7.10) очевиден из рис. 17 (β, α - промежуточные величины, причем α выполняет роль статического заднего угла).

При профилировании призматических фасонных резцов центр репера резца располагается на горизонтальной плоскости xy в базовой точке изделия (рис. 18). В этом случае $C_x = x_0, C_y = y_0, C_z = z_0$. Такие значения координат центра можно получить из формул (7.10) при $h = 0$ и $R = 0$. Ось X_p расположена в плоскости xy . Главная базовая плоскость призматического резца, параллельная плоскости $X_p Z_p$ и образующие цилиндрической задней поверхности, параллельные оси Z_p , наклонены к горизонтальной плоскости xy на угол $\frac{\pi}{2} - \theta$ (угол

6 выполняет роль статического заднего угла). Следовательно, общее положение цилиндрической задней поверхности достигается поворотом на углы ψ и ϕ .

Таким образом, величинами ψ , ϕ , C_x , C_y , C_z полностью задано положение фасонного резца и его репера относительно изделия. Подставляя в уравнения перехода (7.9) значения ψ , ϕ , C_x , C_y , C_z , а также координаты точек режущей кромки X , Y , Z из (7.8), получаем координаты тех точек X_p , Y_p , Z_p , но уже не в репере изделия, а в репере резца.

Далее нужно образовать заднюю поверхность и найти ее профиль.

Кинематическая задняя поверхность любого режущего инструмента может быть получена определенным заданным движением фасонной режущей кромки. В общем случае в качестве задней поверхности примем общую винтовую поверхность, образованную одним переносом и одним вращением вокруг оси Y_p , пересекающейся с вектором переноса. Такой же поверхностью ограничено изделие, поэтому уравнения задней поверхности резца имеют такой же вид, как уравнения поверхности изделия (7.1):

$$\begin{aligned} x_p &= (X_p + P\theta \cos E) \cos \theta + Z_p \sin \theta, \\ y_p &= Y_p + P\theta \sin E; \\ z_p &= -(X_p + P\theta \cos E) \sin \theta + Z_p \cos \theta. \end{aligned} \quad (7.11)$$

где θ - текущий угол поворота; P - параметр винта; E - угол между вектором переноса и осью вращения; X_p , Y_p , Z_p - координаты точек режущей кромки в репере резца.

Параметрические уравнения плоскости x_p y_p осевого сечения задней поверхности с параметрами x_n , y_n могут быть записаны так:

$$\begin{aligned} x_p &= x_n; \\ y_p &= y_n; \\ z_p &= 0. \end{aligned} \quad (7.12)$$

Координаты точек профиля задней поверхности резца в осевом сечении определяются совместным решением уравнений (7.11) и (7.12):

$$x_H = (X_p + P\theta \cos E) \cos \theta + Z_p \sin \theta; \quad (7.13)$$

$$y_H = Y_p + P\theta \sin E; \quad (7.14)$$

$$-(X_p + P\theta \cos E) \sin \theta + Z_p \cos \theta = 0 \quad (7.14)$$

Из уравнения (7.14) можно определить значение угла θ , соответствующее каждой точке режущей кромки, а затем по уравнениям (7.13) подсчитать координаты x_H и y_H точек профиля нормального сечения. Уравнения (7.13), (7.14) имеют общий характер и применимы для винтовых копирующих фасонных резцов с общей винтовой задней поверхностью. При частных значениях E , P , θ общие уравнения описывают частные задние поверхности: обычную винтовую поверхность (для винтовых резцов), поверхность вращения (для круглых резцов), цилиндрическую поверхность (для призматических резцов).

7.2. Общий алгоритм и примеры профилирования на ЭВМ

Многопараметрические отображения обладают большими алгоритмическими возможностями. С их помощью можно алгоритмизовать процесс профилирования с различной степенью обобщения.

В общем случае профилирование копирующего фасонного резца состоит из двух этапов:

- 1) Определение фасонной режущей кромки резца как линии пересечения поверхности изделия и передней поверхности.
- 2) Определение профиля задней поверхности как линии пересечения задней поверхности и секущей плоскости.

Как видим, оба этапа алгоритмически совершенно одинаковы.

Рассмотрим алгоритм для способа профилирования, изложенного в предыдущем параграфе. Этот алгоритм является достаточно общим, так как он применим ко всем наиболее распространенным копирующим резцам с плоской передней поверхностью: винтовым, спиральным, круглым и призматическим резцам для формообразования общих и обычных винтовых поверхностей, спиральных и цилиндрических поверхностей и поверхностей вращения. В качестве поверхности изделия и задней поверхности резца принята одна и та же общая винтовая поверхность, причем кинематически эта поверхность образуется совершенно одинаково — общим винтовым движением некоторой линии. Разница состоит в том, что для поверхности изделия эта движущаяся линия является заданным профилем

изделия, а для задней поверхности - фасонной режущей кромкой. Данная особенность очень облегчает алгоритмизацию процесса профилирования, она позволяет разделить алгоритм на две одинаковых части, соответствующие этапам профилирования:

1) движением исходной линии-профиля изделия образуем поверхность изделия и находим фасонную режущую кромку как линию пересечения этой поверхности с заданной передней плоскостью;

2) таким же движением полученной линии - фасонной режущей кромки-образуем заднюю поверхность резца и находим ее профиль как линию пересечения этой поверхности с плоскостью осевого (или нормального) сечения.

Описанное упрощение алгоритма позволяет вдвое сократить программу профилирования на ЭВМ.

Ниже приводится общий алгоритм для реализации способа профилирования копирующих фасонных резцов, изложенного в параграфе 7.1:

1. Задаются:

а) размеры и профиль изделия

$$E; R; x_0; y_0; z_0$$

$$x_i; y_i; z_i$$

(массивы из i элементов),

б) положение передней плоскости: $\xi; \eta;$

в) характер задней поверхности, размеры резца и его положение относительно изделия: $E, R, \nu, \epsilon, R, h.$

2. Вычисляются координаты центра репера резца:

$$\alpha = \arcsin \frac{h}{R}; \quad \beta = \arctg \frac{h \sin \epsilon}{R \cos \alpha};$$

$$C_x = x_0 + \frac{R \cos \alpha \cos (\nu - \beta)}{\cos \beta};$$

$$C_y = y_0 - \frac{R \cos \alpha \sin (\nu - \beta)}{\cos \beta};$$

$$C_z = h \cos \epsilon.$$

3. Вычисляются значения коэффициентов:

$$K_1 = -\rho \cos \epsilon \cos \tau \cos \gamma;$$

$$K_2 = \rho \cos \epsilon \cos \tau \sin \gamma;$$

$$K_3 = \rho \sin \epsilon \sin \tau \sin \gamma;$$

$$K_4 = z_i \cos \tau \sin \gamma - x_i \cos \tau \cos \gamma;$$

$$K_5 = x_i \cos \tau \sin \gamma + z_i \cos \tau \cos \gamma;$$

$$K_6 = y_i \sin \tau \sin \gamma - x_0 \cos \tau \sin \gamma - y_0 \sin \tau \sin \gamma - z_0 \cos \tau \cos \gamma.$$

4. Вычисляется значение угла θ в интервале от 0 до $\frac{\pi}{2}$ из уравнения:

$$K_1 \theta \sin \theta + K_2 \theta \cos \theta + K_3 \theta + K_4 \sin \theta + K_5 \cos \theta + K_6 = \theta.$$

(для цилиндрических поверхностей изделия при $\theta = 0$ и для призматических фасонных резцов при $\theta = 0$ пункты 3 и 4 не выполняются).

5. Вычисляются координаты точек режущей кромки в репере изделия:

$$X = (x_i + \rho \theta \cos \epsilon) \cos \theta + z_i \sin \theta;$$

$$Y = y_i + \rho \theta \sin \epsilon;$$

$$Z = z_0 + x_0 \operatorname{tg} \gamma + y_0 \operatorname{tg} \tau \operatorname{tg} \gamma - (x_i + \rho \theta \cos \epsilon) \operatorname{tg} \gamma \cos \theta - z_i \operatorname{tg} \gamma \sin \theta - (y_i + \rho \theta \sin \epsilon) \operatorname{tg} \tau \operatorname{tg} \gamma.$$

6. Вычисляются координаты точек режущей кромки в репере резца:

$$X_p = (X - C_x) \cos \nu - (Y - C_y) \sin \nu;$$

$$Y_p = (X - C_x) \sin \nu \cos \epsilon + (Y - C_y) \cos \nu \cos \epsilon - (Z - C_z) \sin \epsilon;$$

$$Z_p = (X - C_x) \sin \nu \sin \epsilon + (Y - C_y) \cos \nu \sin \epsilon + (Z - C_z) \cos \epsilon.$$

7. Переменным, задающим поверхность изделия и переднюю плоскость, присваиваются значения переменных, задающих заднюю поверхность и секущую плоскость:

$$\begin{array}{lll} \varepsilon = E & \tau = T & x_i = X_p \\ \rho = P & \gamma = \Gamma & y_i = Y_p \\ & & z_i = Z_p \end{array}$$

8. Повторяются пункты 3,4,5 по тем же формулам, но с новыми значениями переменных. Выводятся номера точек профиля резца и их координаты X, Y, Z .

Описанный алгоритм реализуется с помощью общей программы. Программа представляет собой блок I, внутри которого находится блок 2. Описательная часть блока I представляет собой описание целой переменной N (число точек профиля детали), а операторная часть содержит оператор ввода той же переменной. Описательная часть блока 2 состоит из описания остальных целых и вещественных переменных, массива и процедуры, а операторная часть содержит операторы ввода и вывода, операторы присваивания, операторы внешнего и внутреннего циклов и условные операторы. Внешний цикл с параметром j позволяет дважды выполнять пункты алгоритма 3,4,5 (с. 61). Первый раз (при $j = 1$) вычисляют координаты точек режущей кромки, а второй раз (при $j = 2$) переписывают значения исходных переменных и вычисляют координаты точек профиля фасонного резца (см. алгоритм на с. 60-62). Внутренний цикл с параметром l обеспечивает последовательное повторение вычислений для каждой точки профиля детали, т.е. N раз. Операторы присваивания, вычисляющие значения $\alpha, \beta, C_x, C_y, C_z$ находятся перед внешним циклом, а все другие операторы присваивания - внутри внутреннего цикла. Внутри цикла находится также процедура для решения трансцендентного уравнения (см. алгоритм, пункт 4, с. 61). Значения корней уравнения θ определяют методом половинного деления. В программе имеется несколько условных операторов, учитывающих частные особенности изделия или проектируемого резца. Так, когда деталь ограничена цилиндрической поверхностью, для всех резцов при первом выполнении внешнего цикла ($j = 1$) процедура решения трансцендентного уравнения (пункты 3 и 4 алгоритма на с. 61) опускается. То же самое предусмотрено для частного случая призматических

резцов, но при втором выполнении внешнего цикла ($j = 2$). В тех случаях, когда фасонная режущая кромка задается как образующая поверхности изделия, выполняется только внутренний цикл.

При профилировании копирующих фасонных резцов по изложенному общему способу и общей программе подготавливаются исходные данные об изделии, о положении передней плоскости, о характере задней поверхности и ее положении относительно изделия. Рекомендуется следующий порядок подготовки исходных данных:

1. Исходя из чертежа, подготавливаются размеры и профиль изделия. Система координат изделия $x y z$ принимается такой, чтобы для винтовых, спиральных и круглых изделий ось y совпадала с осью изделия, а для цилиндрических ось z совпадала с направлением прямолинейных образующих. Базовая точка изделия выбирается в плоскости xy , предпочтительно на оси x , и задаются координаты этой точки x_0, y_0, z_0 . Задается количество точек профиля изделия (без базовой) и их координаты x_i, y_i, z_i в осевом (нормальном) сечении (плоскости xy). Устанавливаются значения угла ϵ и параметра винта ρ , характеризующие данную поверхность изделия. Положительным считается такое значение ϵ , при котором вектор переноса \vec{L} совмещается с положительной осью y вращением против часовой стрелки, если смотреть с положительной оси z . Для обычной винтовой поверхности $\epsilon = 90^\circ$, для спиральной поверхности $\epsilon = 0$, а для поверхности вращения условно принимается $\epsilon = 1$. Параметр винтовой поверхности изделия определяется по формуле $\rho = \pm \frac{S}{r}$, где S - шаг, ρ положителен для правой поверхности, отрицателен - для левой, для поверхности вращения равен нулю. Для изделий с цилиндрической поверхностью величины ϵ и ρ не имеют смысла. Однако поскольку они входят в общую программу, то, чтобы обеспечить нормальную работу программы, нужно задать их условные значения: $\epsilon = 0, \rho = 1$; кроме того, указывается, что $\theta = 0$. Для изделий с другими поверхностями $\theta \neq 0$, поэтому условно его нужно задать любым числом, не равным нулю (например, 1). После вычисления в программе фактического θ условное его значение стирается.

2. Исходя из требований технологического процесса, выбирается оптимальная разновидность копирующего фасонного резца.

3. С учетом особенностей выбранной разновидности резца зада-

ется положение его передней плоскости. Значения углов γ и δ выбираются в пределах от $+90$ до -90° . Положительным считается такое γ , при котором горизонталь совмещается с положительной осью y вращением по часовой стрелке, если смотреть с положительной оси z . Положительным считается такое значение переднего угла δ , при котором фронталь совмещается с положительной осью x вращением по часовой стрелке, если смотреть с положительной оси y .

4. С учетом особенностей выбранной разновидности задается положение реза относительно детали и характер задней поверхности. Задается система координат фасонного реза $x_p y_p z_p$. Для винтовых, спиральных и круглых резцов y_p совпадает с осью задней поверхности и задается углами ψ и θ , а x_p параллельна плоскости xy (см. рис. 17). Исходя из конструктивных соображений и требуемого установочного заднего угла λ , задаются также величины h и R . Если фасонный резец предназначен для обработки внутренней поверхности (фасонного отверстия), то значение R нужно брать со знаком минус. Для призматических резцов центр репера реза $x_p y_p z_p$ помещается в базовой точке изделия, а ось x_p располагается в плоскости xy . Это достигается тем, что h и R задаются равными нулю. Ось z_p совпадает с направлением прямолинейных образующих цилиндрической задней поверхности. Угловое положение репера $x_p y_p z_p$ задается углами ψ и θ , причем θ выполняет роль установочного заднего угла λ (см. рис. 18). Характер задней поверхности задается углом E и параметром P винта P . Для обычной винтовой задней поверхности $E = 90^\circ$, для спиральной $E = 0$, а для задней поверхности вращения условно принимается $E = 1$. Кроме того, для призматических резцов принимается $\theta = 0$, а для остальных -1 (приравнивание единице условно означает, что θ не равен нулю).

Итак, для профилирования копирующего фасонного реза по общему способу нужно подготовить и задать следующие исходные данные (табл. 6 и 7):

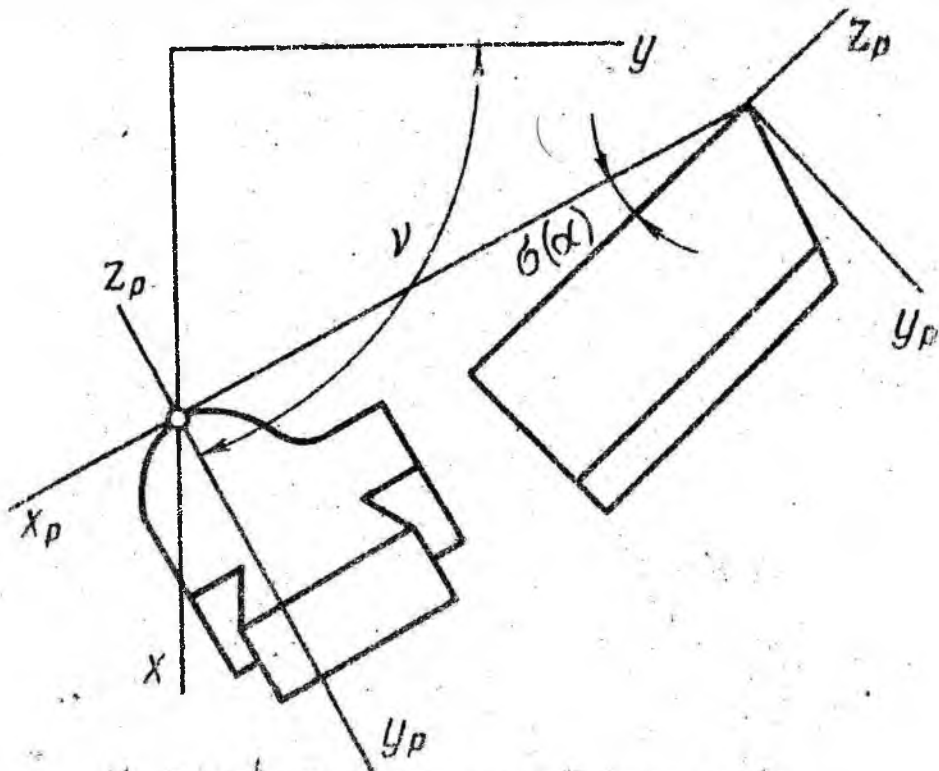


Рис. 18. Положение призматического реза

Таблица 6

Таблица 7

Обозначения	Числовые значения
N	
ϵ	
θ	
x_0	
y_0	
z_0	
τ	
ϵ	
ρ	
θ	
ν	
ϵ	
R	
h	
T	
Γ	

Номера точек	Координаты		
	x_i	y_i	z_i
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
:			
N			

Приведем несколько примеров расчета копирующих фасонных резцов на ЭВМ по общему способу.

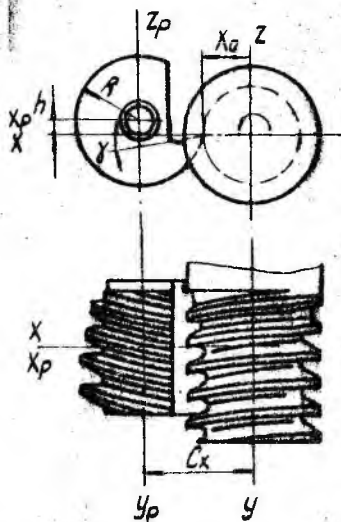
Пример I. Рассчитать профиль винтового резца (гребенки) для обработки правой упорной резьбы Уп 100 х 20 кл.2.

Чертеж резьбы, ее исходный профиль и установка резца относительно детали показаны на рис. 19. Число рассматриваемых точек профиля изделия (без базовой) N равно 11. В качестве базовой принята точка O , находящаяся на вершине профиля. Ось x проведена через точку I . Исходные координаты x_i, y_i для каждой точки профиля, т.е. $x_1, y_1, x_2, y_2 \dots$ подсчитаны по размерам резьбы с учетом предельных отклонений (здесь i - номер точки профиля). Исходный профиль детали расположен в координатной плоскости xy , поэтому координаты z_i для всех точек равны нулю. Поскольку винтовая поверхность резьбы является обычной (не общей), угол ϵ равен $\frac{\pi}{2}$. Параметр винта $\rho = 3,1847$ найден делением шага резьбы на 2π . Угол

θ условно принимается равным 1 для того, чтобы подчеркнуть, что в данном случае он не равен нулю. Передняя плоскость параллельна оси детали, поэтому угол $\tilde{\tau} = 0$. Передний угол γ задан 0,2618 рад. Задней поверхностью резца является обычная левая винтовая поверхность с шагом обрабатываемой резьбы, поэтому $E = \frac{1}{2}$, $\rho = 3,1847$, $\theta = 1$. Ось фасонного резца параллельна оси детали, следовательно, $\nu = 0$, $\sigma = 0$. Величина $R = 45$ задана с учетом конструктивных соображений, а $h = 10$ с учетом необходимости создания заднего угла α ($h = R \sin \alpha$). Осевое сечение резца, в котором расположен искомый профиль, совпадает с координатной плоскостью $x_p y_p$ и задается углами $\tau = 0$ и $\Gamma = 0$.

Все подготовленные исходные данные сводятся в табл. 8, 9 и вводятся в вычислительную машину в порядке их расположения.

Расчет выполняется по общей программе профилирования копирующих фасонных резцов. Полученные в результате расчета координаты профиля винтового фасонного резца в осевом сочетании (в системе координат $x_p y_p z_p$) приведены в табл. 10.



Профиль реза

Профиль детали

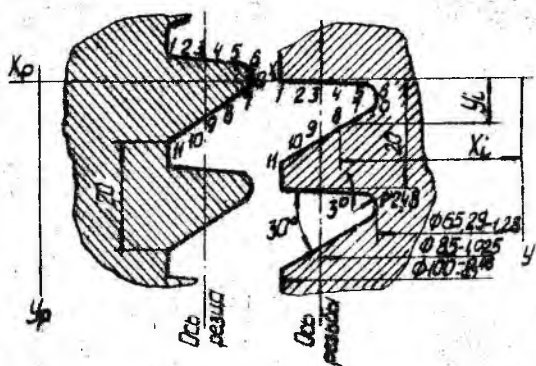


Рис.19. Винтовой резец для обработки упорной резьбы

Таблица 8

Таблица 9

Обозначения	Числовые значения
N	1,5708
B	3,1847
h	1
θ	32,3250
z ₀	3,3251
z ₁	0
z ₂	0
z ₃	0,2618
E	1,5708
D	-3,1847
θ	1
h	0
B	0
R	45
A	10
T	0
P	0

Номер точки	Координаты		
	x_i	y_i	z_i
I	49,7100	0	0
2	46,1050	0,1889	0
3	42,5000	0,3778	0
4	38,7500	0,5723	0
5	35	0,7688	0
6	32,4024	2,6702	0
7	35	6,1949	0
8	38,7500	8,3602	0
9	42,5000	10,5254	0
10	46,1050	12,6070	0
11	49,7100	14,6885	0

Т а б л и ц а 10

Номер точки	1	2	3	4	5	
x	-30,4344	-33,1793	-36,0952	-39,2777	-42,5774	
y	-4,6235	-4,2342	-3,8899	-3,5764	-3,3013	
	6	7	8	9	10	11
	-44,9292	-42,5774	-39,2744	-36,0952	-33,1793	-30,4344
	-1,3692	2,1248	4,2115	6,2577	8,1840	10,0650

П р и м е р 2. Рассчитать профиль круглого фасонного реза для обработки внутренней поверхности наружного кольца подшипника 1206 (рис.20).

Обрабатывается внутренняя поверхность детали, поэтому радиус реза берется со знаком минус. Исходные данные и результаты расчета приводятся в табл.11,12,13. Радиус R 27,933 и угловые размеры на профиле реза рассчитывают, исходя из координат точек этого профиля обычным методом.

Т а б л и ц а 11

Обозначения	Числовые значения
N	6
ϵ	1
ρ	0
θ	1
x_0	26,827
y_0	0
z_0	0
τ	-0,4363
δ	-0,1588
E	1
P	0
θ	1
γ	0,4363
σ	0
R	-21
h	3,4650
T	0
Γ	0

Т а б л и ц а 12

Номер точки	Координаты		
	x_i	y_i	z_i
1	26,827	2	0
2	25,777	3,050	0
3	26,740	10,200	0
4	25,777	17,350	0
5	26,827	18,400	0
6	30,5	18,400	0

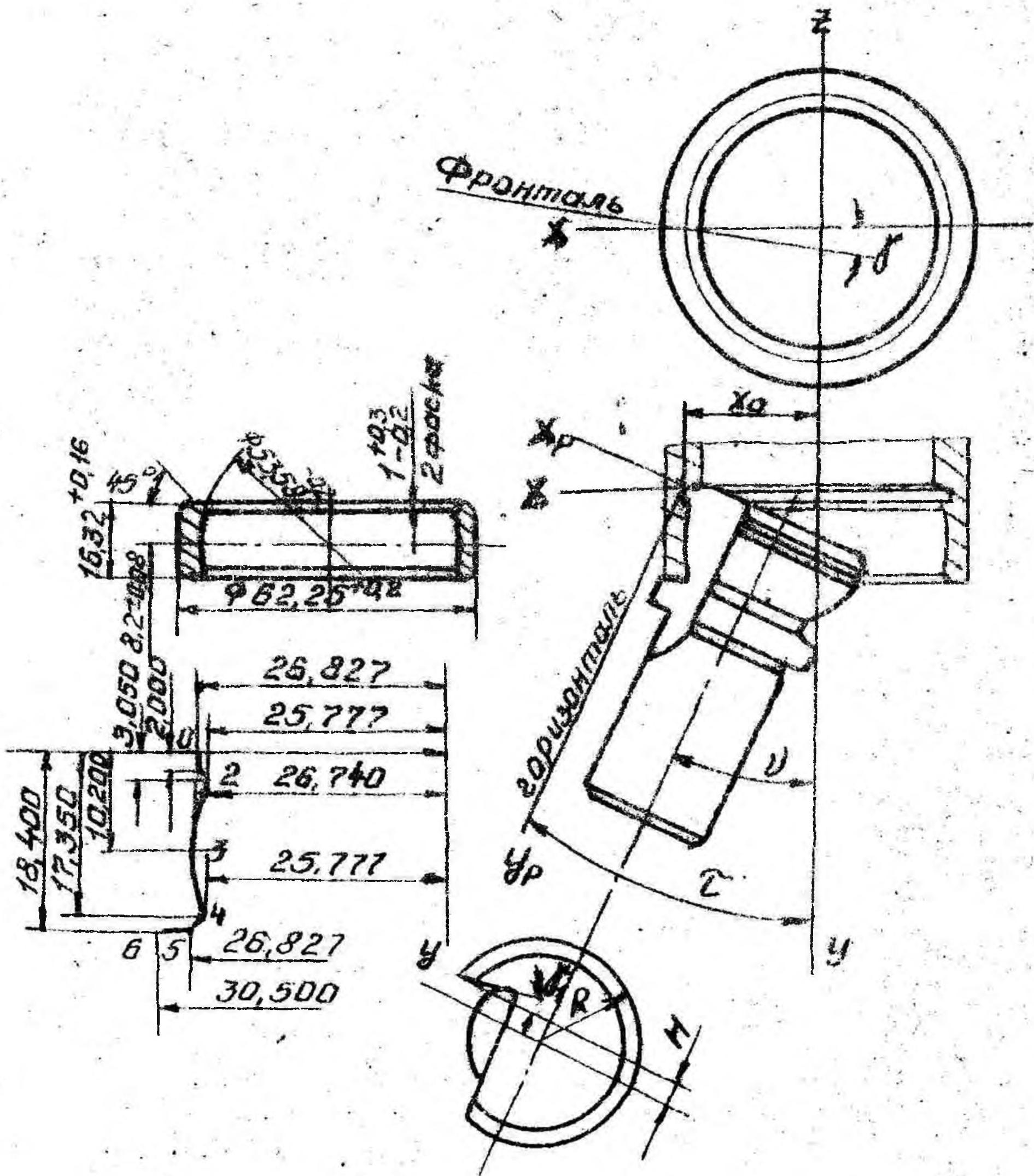


Рис.20. Круглый фасонный резец для обработки кольца подшипника 1206/01

Таблица 13

Номер точки	1	2	3	4	5	6
x_p	-20,1927	-18,8048	-16,8482	-13,2277	-13,7803	-17,0901
y_p	1,8125	2,3205	9,2033	15,2706	16,6615	18,2021

Пример 3. Рассчитать профиль призматического фасонного резца для обработки кольца подшипника I204 (рис.21,22).

Данный пример отличается от примера 2 тем, что вместо круглого резца применяется призматический. Величина h и R задаем равными нулю, а угловое положение резца - углами $\gamma = 70^\circ$ и $\beta = -8^\circ$. Задняя поверхность - цилиндрическая, поэтому принимаем $E = 0$, $\theta = 0$. Исходные данные и результаты расчета приведены в табл.14,15,16.

Таблица 14

Обозначения	Числовое значение
N	11
β	1
R	0
θ	1
γ	13,025
h_0	0
z_0	0
T	0,3491
Y	0,1309
E	0
D	1
ϕ	0
ψ	1,2217
β_R	-0,1396
h	0
k	0
T	0
P	0

Таблица 15

Номер точки	Координаты		
	x_i	y_i	z_i
I	13,025	2	0
2	14,525	3,500	0
3	14,525	4,610	0
4	13,485	7,010	0
5	14,525	9,410	0
6	14,525	10,700	0
7	13,485	13,100	0
8	14,525	15,500	0
9	14,525	16,500	0
10	13,775	17,250	0
II	9,525	17,250	0

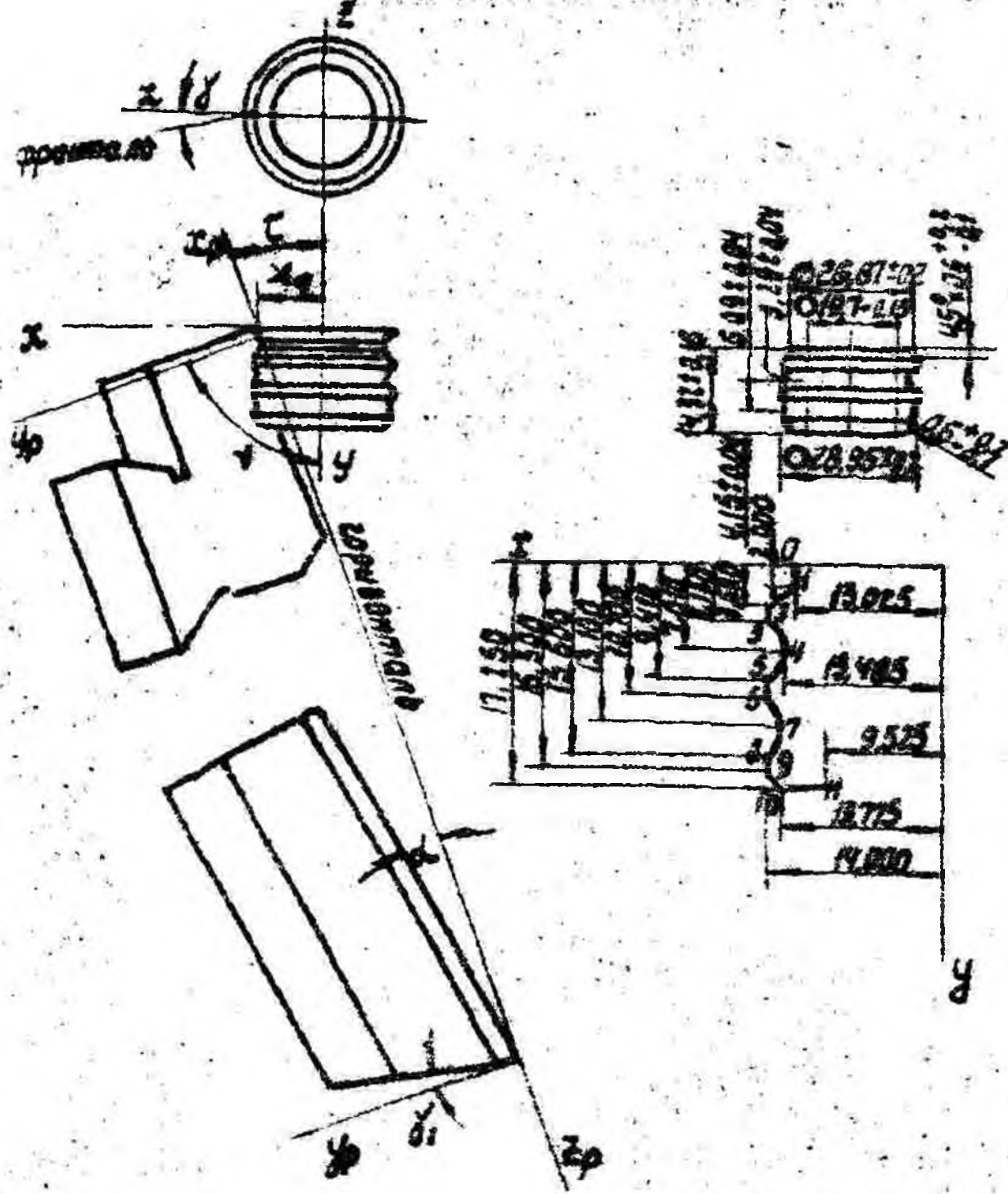


Рис. 21. Профиль и размеры внутреннего кольца подшипника I204; установка резца

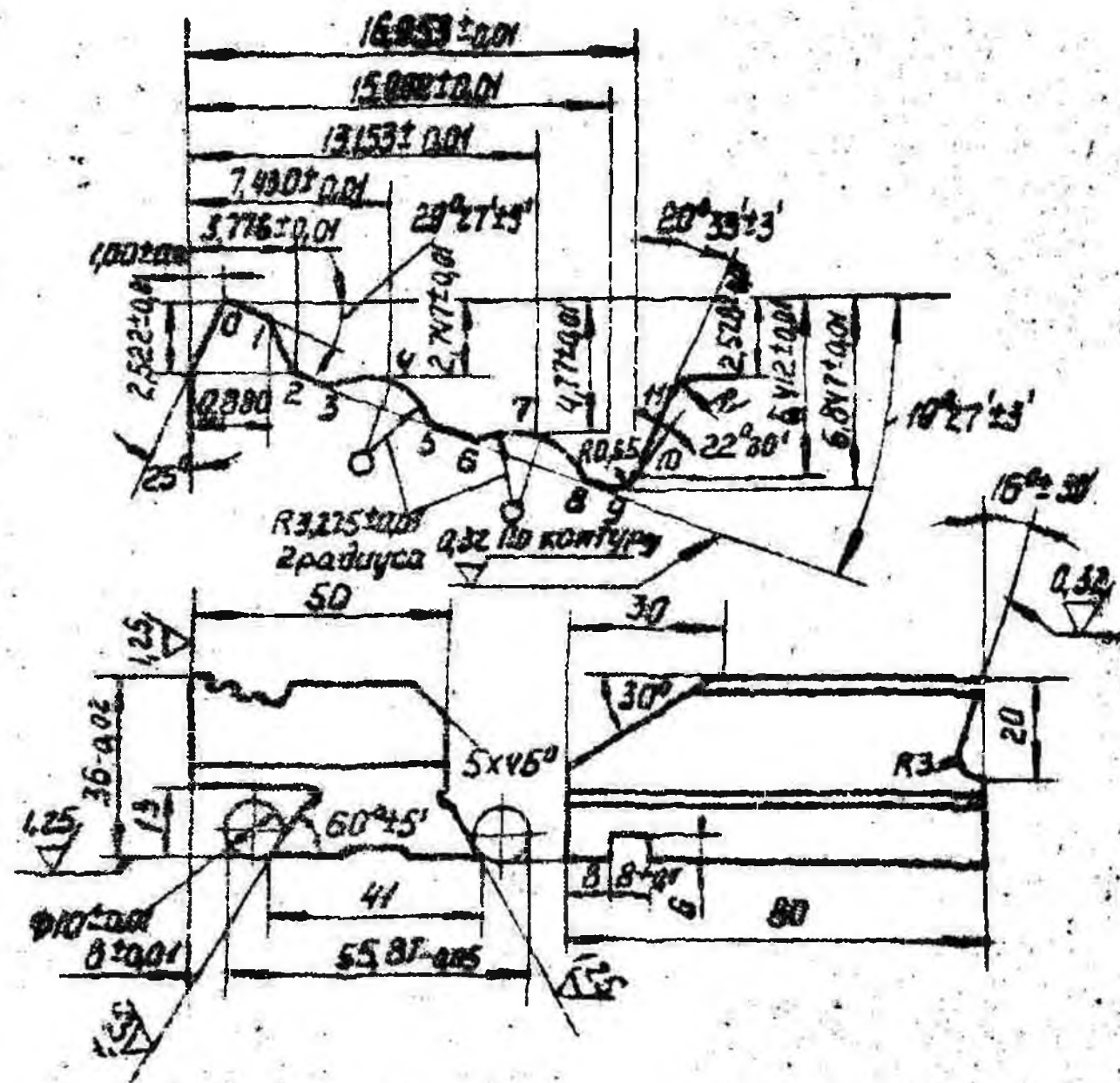


Рис. 22. Чертеж призматического фасонного резца для обработки кольца I204

Номер точки	I	2	3	4	5	
<i>Тр</i>	-1,9794	-2,7758	-3,8189	-6,4298	-8,3293	
<i>Ур</i>	0,6641	2,5305	2,8990	2,7473	4,4929	
	6	7	8	9	10	II
	-9,5416	-12,1525	-14,0520	-14,9917	-15,9529	-17,4066
	4,9212	4,7695	6,5150	6,8471	6,4119	2,5350

8. ФАСОННЫЕ ФРЕЗЫ

8.1. Особенности фасонных фрез

Фасонные фрезы отличаются от других фрез тем, что обрабатывают фасонные поверхности различных типов (винтовые, цилиндрические, поверхности вращения и др.). Фасонными будем называть поверхности со сравнительно сложным профилем (образующей), составленным из отрезков кривых и прямых, соединенных плавно или с изломом.

Другие (не фасонные) фрезы (цилиндрические, торцовые, дисковые, пазовые, пилы и др.) обрабатывают простые (не фасонные) поверхности: плоскости, уступы, пазы, профиль которых представляет собой прямую, либо два или три отрезка прямых под углом 90° друг к другу.

Фасонная фреза — это вращающийся инструмент, основанный на инструментальной поверхности вращения (рис. 23). Фасонные режущие кромки, вращаясь вокруг оси фрезы, описывают в пространстве инструментальную поверхность. Присоединительными элементами являются базовое отверстие и базовый торец, вспомогательными элементами — стружечные канавки. Режущими элементами цельных фасонных фрез являются зубья с фасонными режущими кромками (см. рис. 23). По назначению фасонные фрезы делятся на специальные, каждая из которых пригодна для обработки конкретной детали с тем или иным типом поверхности и той или иной формой профиля, и стандартные (более широкого применения): полукруглые выпуклые и вогнутые, угло-

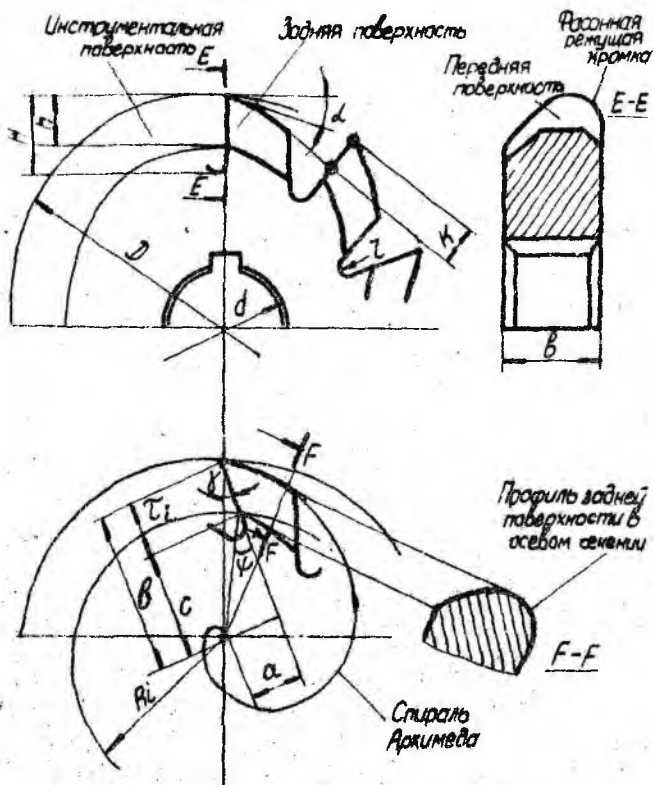


Рис.23. Конструктивные и геометрические параметры фасонной фрезы

ные, фрезы для обработки канавок различных инструментов, дисковые и пальцевые модульные (зуборезные) фрезы, дисковые и гребенчатые резьбовые фрезы [2].

Передней поверхностью является плоскость, проходящая через ось фрезы ($\gamma = 0$). Реже (при низких требованиях к точности) принимают положительный передний угол, тогда передняя плоскость не проходит через ось. Заднюю поверхность фасонных фрез, как правило, получают затыванием по архимедовой спирали. Это обеспечивает неизменность профиля режущей кромки фрезы при ее переточках по передней поверхности. Затыванная спиральная задняя поверхность

образуется радиальным прямолинейным движением (параллельным переносом) затылующего инструмента (резца или шлифовального круга) в направлении к оси фрезы с одновременным его вращением вокруг этой оси.

Фасонные затылованные фрезы могут быть с нешлифованной или шлифованной задней поверхностью. К последним относятся фрезы для обработки зубчатых колес и резьбы, так как к их точности предъявляются более высокие требования. Фрезы с нешлифованной задней поверхностью имеют обезуглероженный слой и пониженную стойкость.

Конструктивные и геометрические параметры фасонной фрезы (см. рис.23): наружный диаметр D , ширина b , диаметр отверстия d , количество зубьев Z , высота профиля h , координаты точек профиля, высота зуба H , радиус закругления стружечной канавки r , передний и задний углы γ и α , величина затылования K . Параметры связаны соотношениями:

$$H = h + K + r + (1 \div 2 \text{ мм});$$

$$K = \frac{\pi D}{Z} \cdot \text{tg } \alpha.$$

8.2. Профилирование фасонных фрез

Фасонные фрезы относятся к режущим инструментам, основанным на инструментальной поверхности. Они реализуют вторую типовую модель формообразования (см. разд.4). Задача моделирования формообразования сводится здесь к определению инструментальной поверхности. Вместе с тем эта задача является первым этапом профилирования фрезы (см. разд.4).

Ниже излагается профилирование фасонной фрезы для обработки винтовой поверхности. При этом используются общие положения теории формообразования и профилирования и аппарат отображений (см. разд. 4 и 5). Свяжем с деталью систему координат $x y z$, с фасонной фрезой - систему $x_n y_n z_n$ (рис.24).

Профиль винтовой поверхности детали задан в осевой плоскости, поэтому $\psi = 90^\circ$. Подставив $\psi = 90^\circ$ в общие уравнения винтовой поверхности (4.6), получим уравнения винтовой поверхности с параметрами μ и θ для данного конкретного случая (см. разд.4):

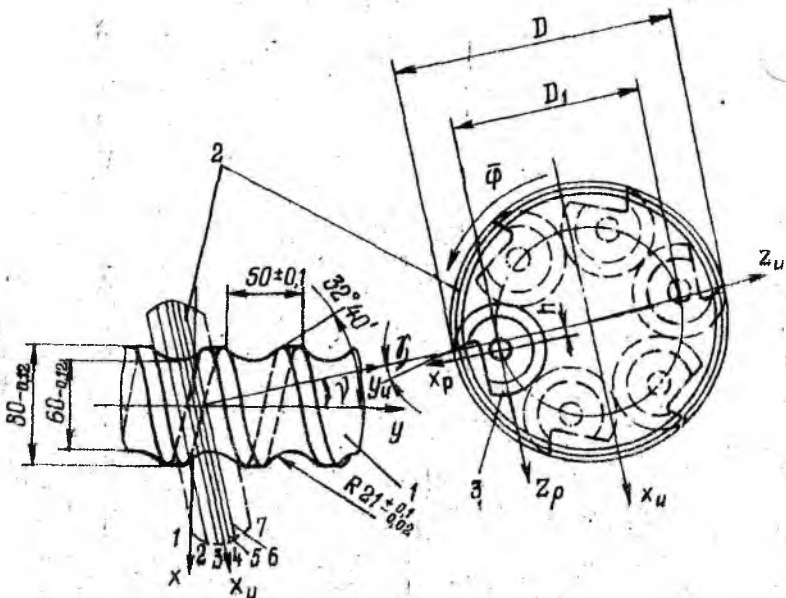


Рис.24. Фасонная фреза для обработки винтовой поверхности:
 1 - поверхность детали; 2 - инструментальная поверхность; 3 - врезц.

$$\vec{r} = \varphi \vec{r}_1 + \vec{l};$$

$$m_r = m_\varphi m_{r_1} + m_l;$$

$$x = -\rho \sin \mu \sin \theta;$$

$$y = \rho \cos \mu + \rho \theta;$$

$$z = -\rho \sin \mu \cos \theta,$$

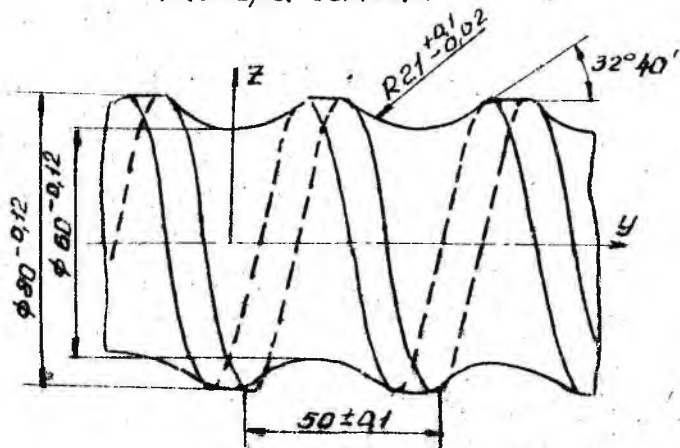
(8.1)

μ - полярный угол для точек профиля детали (рис.25);

$\rho = f(\mu)$ - радиус-вектор точек профиля детали;

$\rho = \frac{S}{2\pi}$ - параметр винта (доля шага S , приходящаяся на 1 рад угла θ);

Размеры детали



Исходный профиль детали

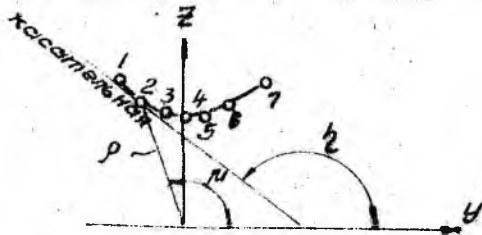


Рис. 25. Исходный профиль детали

θ - текущий угол поворота профиля детали вокруг оси Y .

В исходном положении ось фрезы Y_f повернута относительно оси детали Y на угол ψ , равный углу подъема винтовой поверхности детали на наименьшем диаметре (см. рис. 24). Ось фрезы находится над осью детали на расстоянии C вдоль оси Z . Исходное положение систем координат xyz и $x_n y_n z_n$ характеризуется операторами \bar{V} и \bar{C} с их матрицами m_v и m_c :

$$m_{\psi_1} = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; m_{c_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{pmatrix}.$$

Во время обработки фасонная фреза вращается вокруг своей оси (угол поворота ψ), а деталь совершает винтовое движение (вращается вокруг своей оси, прямолинейно перемещаясь вдоль нее). Движение инструмента относительно детали считаем прямым, а движение детали относительно инструмента - обращенным. Винтовое движение поверхности детали (скольжение по самой себе) при профилировании не учитывается. Поэтому прямое движение в данном случае есть вращение фасонной фрезы вместе с ее системой координат $x_u y_u z_u$ вокруг своей оси y_u в неподвижной системе $x y z$. Матрица вращения имеет вид:

$$m_{\psi} = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi \end{pmatrix},$$

где ψ - угол поворота (параметр движения).

Уравнения движения получим, если из уравнения отображения (4.5) - (см. разд. 4) исключим ненужные операторы и вместо \bar{r}_1 подставим

$$\bar{r}_H:$$

$$\bar{r} = \psi_1 \bar{\psi}_1 \bar{r}_H + \bar{c}_1;$$

$$m_r = m_{\psi_1} m_{\psi} m_{\psi_H} + m_{c_1}; \quad (8.2)$$

$$x = (x_H \cos \psi + z_H \sin \psi) \cos \psi - y_H \sin \psi;$$

$$y = (x_H \cos \psi + z_H \sin \psi) \sin \psi + y_H \cos \psi;$$

$$z = -x_H \sin \psi + z_H \cos \psi + c.$$

Обращенное движение в данном случае есть вращение детали вместе с ее системой координат $x y z$ вокруг оси y_H неподвижного инструмента. Общее уравнение обращенного отображения для $n = 2$

имеет вид (см. разд. 4):

$$\bar{r}_1 = \bar{\varphi}_1^T \gamma_1^T \varphi_2^T \bar{r} - \bar{\varphi}_1^T (\gamma_1^T \bar{c}_1 + \bar{l}_1), \quad (8.3)$$

(индекс "T" означает транспонирование матриц).

Исключив из (8.3) ненужные операторы ($m_{\varphi_2} = I$; $m_{l_1} = 0$) и введя обозначение \bar{r}_H вместо \bar{r}_1 , получим уравнения обращенного движения с параметром φ :

$$\begin{aligned} \bar{r}_H &= \bar{\varphi}_1^T \gamma_1^T (\bar{r} - \bar{c}_1); \\ m_{rH} &= m_{\varphi_1}^T m_{\gamma_1}^T (m_r - m_{c_1}); \end{aligned} \quad (8.4)$$

$$x_H = (x \cos \gamma + y \sin \gamma) \cos \varphi - (z - c) \sin \varphi;$$

$$y_H = -x \sin \gamma + y \cos \gamma;$$

$$z_H = (x \cos \gamma + y \sin \gamma) \sin \varphi + (z - c) \cos \varphi.$$

На первом этапе профилирования фасонной фрезы нужно найти ее инструментальную поверхность вращения (см. рис. 24). Инструментальная поверхность является огибающей поверхности детали в ее движении (вращении) относительно инструмента.

Условие касания в общем виде записывается так:

$$\bar{V} \bar{N} = 0,$$

где \bar{V} - скорость точек детали относительно инструмента,
 \bar{N} - нормаль к поверхности детали

или

$$\bar{N} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \mu} & \frac{\partial y}{\partial \mu} & \frac{\partial z}{\partial \mu} \\ \frac{\partial x}{\partial \theta} & \frac{\partial y}{\partial \theta} & \frac{\partial z}{\partial \theta} \\ \frac{\partial x}{\partial \varphi} & \frac{\partial y}{\partial \varphi} & \frac{\partial z}{\partial \varphi} \end{pmatrix} = 0 \quad (8.5)$$

Частные производные по параметрам μ и θ получаем дифференцированием уравнений поверхности детали (8.1):

$$\begin{aligned}\frac{\partial x}{\partial \mu} &= -\left(\frac{\partial \rho}{\partial \mu} \sin \mu + \rho \cos \mu\right) \sin \theta; \\ \frac{\partial y}{\partial \mu} &= \frac{\partial \rho}{\partial \mu} \cos \mu - \rho \sin \mu; \\ \frac{\partial z}{\partial \mu} &= -\left(\frac{\partial \rho}{\partial \mu} \sin \mu + \rho \cos \mu\right) \cos \theta;\end{aligned}\tag{8.6}$$

$$\frac{\partial x}{\partial \theta} = -\rho \sin \mu \cos \theta;$$

$$\frac{\partial y}{\partial \theta} = \rho;$$

$$\frac{\partial z}{\partial \theta} = \rho \sin \mu \sin \theta.\tag{8.7}$$

Производные по параметру движения ψ получим дифференцированием уравнений прямого движения (8.2):

$$\begin{aligned}\frac{\partial x}{\partial \psi} &= -x_H \cos \psi \sin \psi + z_H \cos \psi \cos \psi; \\ \frac{\partial y}{\partial \psi} &= -x_H \sin \psi \sin \psi + z_H \sin \psi \cos \psi; \\ \frac{\partial z}{\partial \psi} &= -x_H \cos \psi - z_H \sin \psi.\end{aligned}\tag{8.8}$$

Подставив в производные (8.8) выражения для x_H , y_H , z_H из уравнений обращенного движения (8.4), имеем:

$$\frac{\partial x}{\partial \psi} = -\left[x \cos \psi \cos \psi + y \sin \psi \cos \psi - (z - c) \sin \psi\right] \times$$

$$\begin{aligned}
 & x \cos \nu \sin \varphi + [x \cos \nu \sin \varphi + y \sin \nu \sin \varphi + \\
 & + (z-c) \cos \varphi] \cos \nu \cos \varphi = \cancel{-x \cos^2 \nu \sin \varphi \cos \varphi} - \\
 & \cancel{-y \sin \nu \cos \nu \sin \varphi \cos \varphi} + (z-c) \cos \nu \sin^2 \varphi + \\
 & \cancel{+x \cos^2 \nu \sin \varphi \cos \varphi} + \cancel{y \sin \nu \cos \nu \sin \varphi \cos \varphi} + \\
 & + (z-c) \cos \nu \cos^2 \varphi = (z-c) \cos \nu;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial y}{\partial \varphi} = & -[x \cos \nu \cos \varphi + y \sin \nu \cos \varphi - (z-c) \sin \varphi] \times \quad (8.9) \\
 & \times \sin \nu \sin \varphi + [x \cos \nu \sin \varphi + y \sin \nu \sin \varphi + \\
 & + (z-c) \cos \varphi] \sin \nu \cos \varphi = \cancel{-x \sin \nu \cos \nu \sin \varphi \cos \varphi} - \\
 & \cancel{-y \sin^2 \nu \sin \varphi \cos \varphi} + (z-c) \sin \nu \sin^2 \varphi + \\
 & \cancel{+x \sin \nu \cos \nu \sin \varphi \cos \varphi} + \cancel{y \sin^2 \nu \sin \varphi \cos \varphi} + \\
 & + (z-c) \sin \nu \cos^2 \varphi = (z-c) \sin \nu;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial z}{\partial \varphi} = & -[x \cos \nu \cos \varphi + y \sin \nu \cos \varphi - (z-c) \sin \varphi] \cos \varphi - \\
 & -[x \cos \nu \sin \varphi + y \sin \nu \sin \varphi + (z-c) \cos \varphi] \sin \varphi - \\
 & = -x \cos \nu \cos^2 \varphi - y \sin \nu \cos^2 \varphi + (z-c) \sin \varphi \cos \varphi - \\
 & -x \cos \nu \sin^2 \varphi - y \sin \nu \sin^2 \varphi - (z-c) \sin \varphi \cos \varphi = \\
 & = -x \cos \nu - y \sin \nu.
 \end{aligned}$$

Таким образом, получены конкретные выражения (8.6), (8.8) и (8.9) для производных, входящих в определитель общего уравнения касания (8.5). Подставим эти выражения в определитель и из общего получим конкретное уравнение касания для данного случая, т.е. для фрезирования винтовой поверхности:

$$\begin{vmatrix} -\left(\frac{\partial p}{\partial \mu} \sin \mu + p \cos \mu\right) \sin \theta & \frac{\partial p}{\partial \mu} \cos \mu - p \sin \mu & -\left(\frac{\partial p}{\partial \mu} \sin \mu + p \cos \mu\right) \cos \theta \\ -p \sin \mu \cos \theta & p & p \sin \mu \sin \theta \\ (z-c) \cos \nu & (z-c) \sin \nu & -x \cos \nu - y \sin \nu \end{vmatrix} = 0$$

Из аналитической геометрии известно, что

$$\frac{\frac{\partial p}{\partial \mu} \sin \mu + p \cos \mu}{\frac{\partial p}{\partial \mu} \cos \mu - p \sin \mu} = \operatorname{tg} \zeta,$$

где ζ - угол между касательной к профилю детали в рассматриваемой точке и осью y (см. рис. 22).

Разделив каждый элемент первой строки определителя на выражение

$\frac{\partial p}{\partial \mu} \cos \mu - p \sin \mu$, получим:

$$\begin{vmatrix} -\operatorname{tg} \zeta \sin \theta & 1 & -\operatorname{tg} \zeta \cos \theta \\ -p \sin \mu \cos \theta & p & p \sin \mu \sin \theta \\ (z-c) \cos \nu & (z-c) \sin \nu & -x \cos \nu - y \sin \nu \end{vmatrix} = 0 \quad (8.10)$$

Раскроем определитель:

$$\begin{aligned} & -\operatorname{tg} \zeta \sin \theta [p(-x \cos \nu - y \sin \nu) - (z-c) \sin \nu p \sin \mu \sin \theta] - \\ & -1[-p \sin \mu \cos \theta (-x \cos \nu - y \sin \nu) - (z-c) \cos \nu p \sin \mu \sin \theta] - \\ & -\operatorname{tg} \zeta \cos \theta [-p \sin \mu \cos \theta (z-c) \sin \nu - p(z-c) \cos \nu] = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x p \cos \nu \sin \theta \operatorname{tg} \zeta + p y \sin \nu \sin \theta \operatorname{tg} \zeta + (z-c) \sin \nu p \sin^2 \theta x \\ & \times \operatorname{tg} \zeta - x \cos \nu p \sin \mu \cos \theta - y \sin \nu p \sin \mu \cos \theta + (z-c) x \\ & \times \cos \nu p \sin \mu \sin \theta + (z-c) \sin \nu p \sin \mu \cos^2 \theta \operatorname{tg} \zeta + \\ & + (z-c) p \cos \nu \cos \theta \operatorname{tg} \zeta = 0. \end{aligned} \quad (8.11)$$

Подставим в (8.11) вместо x, y, z их выражения из уравнений поверхности детали (8.1):

$$\begin{aligned}
 & \rho \sin \nu \rho \cos \mu \sin \theta \operatorname{tg} \zeta + \rho^2 \theta \sin \nu \sin \theta \operatorname{tg} \zeta - \\
 & - \sin \nu \rho^2 \sin^2 \mu \cos \theta \operatorname{tg} \zeta - c \sin \nu \rho \sin \mu \operatorname{tg} \zeta + \\
 & + \cos \nu \rho^2 \sin^2 \mu \sin \theta \cos \theta - \sin \nu \rho^2 \sin^{\cos \mu} \mu \cos \theta - \\
 & - \rho \theta \sin \nu \rho \sin \mu \cos \theta - \cos \nu \rho^2 \sin^2 \mu \sin \theta \cos \theta - \\
 & - c \cos \nu \rho \sin \mu \sin \theta - \rho \cos \nu \rho \sin \mu \operatorname{tg} \zeta - \\
 & - c \rho \cos \nu \cos \theta \operatorname{tg} \zeta = 0.
 \end{aligned} \tag{8.12}$$

Мы получили конкретную запись уравнения касания (8.12) для рассматриваемого случая, т.е. для фасонной фрезы, обрабатывающей винтовую поверхность. Уравнение (8.12) совместно с уравнениями по поверхности детали (8.1) и обращенного движения (8.4) при переменном (текущем) ψ определяют инструментальную поверхность вращения в системе координат $X_n Y_n Z_n$ (см. рис. 24). Первый этап профилирования закончен.

На втором этапе профилирования определяется фасонная режущая кромка фрезы как линия пересечения найденной инструментальной и заданной передней поверхностей (плоскости). При $\gamma = 0$ передняя плоскость совпадает с осевой плоскостью (проходящей через ось фрезы) и, следовательно, режущая кромка совпадает с профилем инструментальной поверхности и профилем затылочной задней поверхности (см. рис. 23). При $\gamma \neq 0$ координаты точек режущей кромки определяются совместным решением уравнений инструментальной и передней поверхностей (передний угол γ выбирается в зависимости от обрабатываемого и инструментального материалов). Упрощенно такое решение состоит в нахождении r_i по заданным R, R_i, γ (см. рис. 23):

$$\begin{aligned}
 a &= R \sin \gamma; \\
 b &= R \cos \gamma; \\
 \psi &= \arcsin \frac{A}{R_i}; \\
 c &= R_i \cos \psi; \\
 r_i &= c - b,
 \end{aligned}$$

где R - радиус фасонной фрезы ($R = \frac{D}{2}$);

R_i - радиусы инструментальной поверхности для различных точек ее профиля ($i = 1, 2, 3, \dots$);

T_i - координаты соответствующих точек фасонной режущей кромки.

На третьем этапе профилирования определяется спиральная задняя поверхность как траектория фасонной режущей кромки в том или ином движении (в частности, в движении затылования) и профиль этой поверхности в осевом сечении. При $\delta = 0$ третий этап для цельных затылованных фрез не выполняется, так как профиль их задней поверхности в осевом сечении полностью совпадает с фасонной режущей кромкой.

Рассмотрим пример. Пусть задана деталь с фасонной винтовой поверхностью, профиль которой очерчен дугой окружности и отрезком прямой. Требуется профилировать сборную фасонную фрезу для обработки указанной поверхности, состоящую из круглых фасонных резцов (см. рис. 24). Здесь имеет место двухпараметрическая модель формообразования. Формообразующая линия (фасонная режущая кромка) при своем вращении образует инструментальную поверхность (типовая модель 1), которая в винтовом движении образует поверхность детали как огибающую (типовая модель 2). Входящие в фасонную фрезу фасонные резцы, касающиеся (тангенциальные) детали, являются копирующими по отношению к инструментальной поверхности. С деталью свяжем систему координат $x y z$, с фрезой - $x_n y_n z_n$, с резцом - $x_r y_r z_r$. Во время обработки деталь совершает винтовое движение скольжения по себе (при профилировании оно не учитывается), а фреза вращается вокруг своей оси y_n , скрещивающейся с осью детали y под углом 77° . Конкретный алгоритм решения данной задачи профилирования на ЭВМ записывается так:

1. Задаем и вводим: а) исходные сведения об обрабатываемой детали - параметр винта $\mu = \frac{B}{2\pi} = \frac{50}{6,28} = 7,9577$; количество точек

профиля $N = 7$; значения полярного угла μ , радиус-вектора ρ и угла γ для всех точек профиля (γ - угол между касательной к профилю и осью y), (см. рис. 25 и табл. I7 и I8); б) сведения об исходном положении фрезы относительно детали - расстояние между их осями $C = 2,9970$ мм и угол скрещивания между осями

$\gamma = 0,2269$ рад.

N	7
ρ	7,9577
c	2,997
γ	-0,2269

Т а б л и ц а 18

Номера точек	M	ρ	Z
1	-1,9920	43,7995	-2,1229
2	-1,9193	36,1422	-2,5147
3	-1,7628	31,4221	-2,8525
4	-1,5708	29,9700	0
5	-1,3788	31,4221	-0,2891
6	-1,2424	35,1805	-0,5701
7	-1,0722	45,5102	-0,5701

2. Решаем уравнение касания (8.12), т.е. вычисляем значения параметра θ для всех точек профиля детали.

3. Подстановкой заданных значений M , ρ и вычисленных значений θ в уравнения (8.1), определяем координаты точек характеристики огибающей (линии касания) на поверхности детали в системе координат $X Y Z$.

4. Подставив полученные координаты X , Y , Z и значение $\varphi = 0$ в уравнения (8.4), вычисляем координаты той же характеристики в системе координат фрезы $X_n Y_n Z_n$. Множество таких одинаковых характеристик, соответствующих различным значениям угла поворота φ , и представляют собой инструментальную поверхность как огибающую.

5. По обобщенному алгоритму, изложенному в разд.5, рассчитываем профиль копирующего фасонного резца. При этом в указанном алгоритме вместо поверхности детали используем найденную инструменталь-

ную поверхность, а вместо координат точек профиля детали – координаты точек характеристики. Другими словами, полученные при расчете инструментальной поверхности значения координат x_0, y_0, z_0 служат исходными координатами x_i, y_i, z_i для профилирования инструмента (табл.19).

Т а б л и ц а 19

Номер точки	1	2	3	4	5	6	7
x_i	80,3234	86,0410	89,1599	90,03	89,1599	86,71	80,046
	-17,4771	-12,023	-5,8283	0	5,8283	11,049	21,239
z_i	-4,0261	-1,8993	-0,7991	0	0,7991	1,6895	3,7586

В качестве базовой принимаем точку профиля 4. Постоянные исходные данные берем такими же, как для обычного круглого резца, обрабатывающего фасонную поверхность вращения (табл.20).

Т а б л и ц а 20

N	7	F	I
B	I	P	0
R	0	θ	0
θ	I	Y	0
x_0	90,0300	G	0
y_0	0	R	-30
z_0	0	h	4
z	0	T	0
r	-0,1658	r	0

Алгоритм профилирования фасонного резца-режущего элемента фасонной фрезы сводится к двум последовательным одинаковым отображениям (вращениям). Вначале характеристика как прообраз вращается вокруг оси Y_0 до пересечения с передней плоскостью, в результате получаем инструментальную поверхность вращения как образ и режущую кромку как линию пересечения. Затем кромка как прообраз вращается вокруг X_0 до пересечения с плоскостью нормального сечения, образуя заднюю поверхность вращения как образ и профиль задней по -

верхности как линию пересечения. Этот алгоритм легко реализуется оператором цикла. Результаты расчета (координаты профиля резца) представлены в табл.21, полученный профиль и пример конструкции фрезы - на рис.26 и 27.

Т а б л и ц а 21

номер точки	1	2	3	4	5	6	7
x_p	20,8609	26,1755	29,1607	30	29,1607	26,8123	20,5931
y_p	-17,4111	-12,023	-5,8283	0	5,8283	11,049	21,239

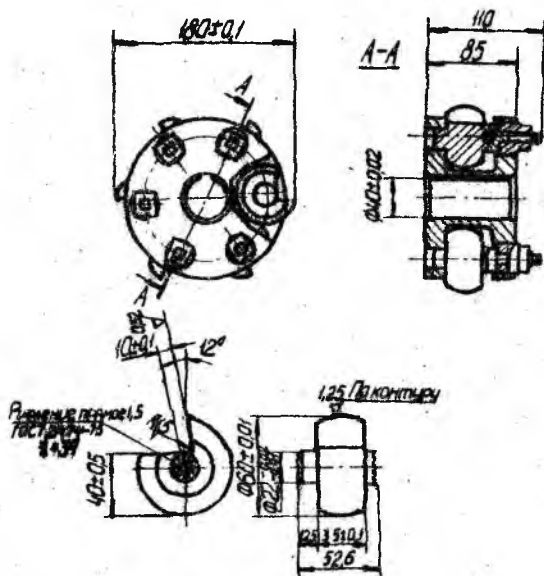


Рис.26. Сборная фасонная фреза, состоящая из фасонных резцов

логично можно рассчитать фрезу, собранную из призматических или конических фасонных резцов, или затылованную фасонную фрезу как совокупность монолитно соединенных спиральных фасонных резцов.

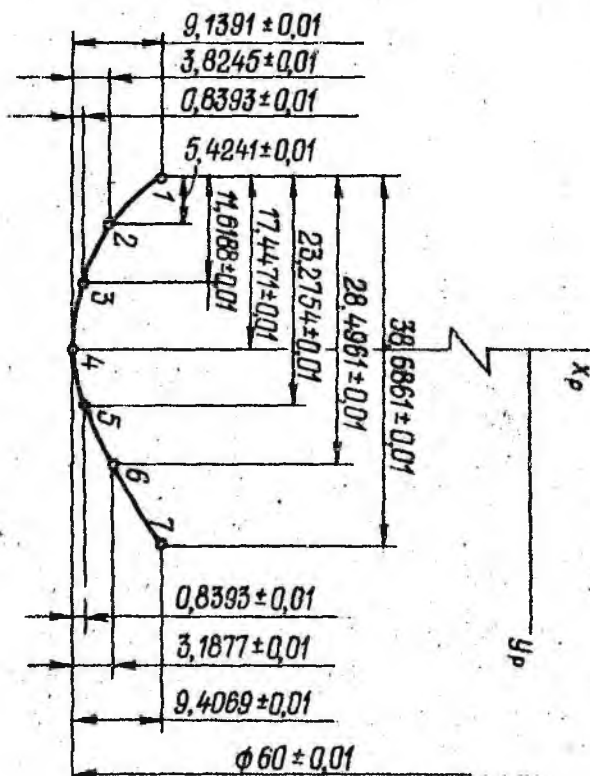


Рис.27. Профиль резца

9. ОБКАТОЧНЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ

9.1. Особенности обкаточных инструментов

Если тело совершает плоскопараллельное движение, то в каждый момент существует ось, вокруг которой все точки тела совершают мгновенное вращение. В следующий момент мгновенная ось будет в другом месте и т.д. Совокупность мгновенных осей вращения называется **аксоидом**.

Если рассматривать не пространственную, а плоскую задачу, то вместо мгновенной оси будет центр вращения, а вместо аксоида — **центроида** (совокупность мгновенных центров вращения).

Во время работы аксоид инструмента обкатывается без скольжения по аксоиду детали, в то время как инструментальная поверхность и поверхность детали взаимно огибаются.

Инструменты, работающие по методу обкатки, называются обкаточными (гребенки, долбяки, шеверы, обкаточные резцы, червячные фрезы и др.).

По методу обкатки обрабатываются детали с цилиндрической поверхностью (прямозубые зубчатые колеса, шлицевые валы, звездочки, кулачки, многогранники), детали с винтовой поверхностью (винтовые зубчатые колеса, резьбы, червяки), детали с фасонной поверхностью вращения.

Для обработки по методу обкатки необходимо, чтобы сопряженные профили имели в момент касания общую касательную и общую нормаль, причем нормаль должна проходить через точку соприкосновения центроид — полюс P . Это условие по существу является условием касания $V \cdot N = 0$, так как нормаль, проходящая через мгновенный центр вращения, является мгновенным радиусом вращения, а радиус при вращении всегда перпендикулярен вектору скорости.

При проектировании обкаточного инструмента очень важно правильно выбрать радиус аксоида детали. Он должен быть таким, чтобы все нормали к профилю детали пересекали ее центроиду. Если на каком-то участке профиля детали это условие не выполняется, то этот участок не будет обработан.

Например, на участке АВ профиля детали (рис. 28) нормали не пересекают центроиду 1, поэтому этой центроидой пользоваться нельзя. Таким образом, нужно принять центроиду 2 с радиусом r_{g2} , которую пересекают все нормали профиля детали.

9.2. Профилирование гребенок для обработки фасонных поверхностей

9.2.1. Графическое профилирование

При графическом профилировании гребенки цилиндрическая поверхность детали графически задана своим профилем. Заданы также движения детали и инструмента: деталь вращается вокруг своей оси (угол поворота φ , а гребенка перемещается поступательно перпендикулярно оси детали); возвратно-поступательные движения гребенки параллельно оси детали при профилировании не учитываются, так как они

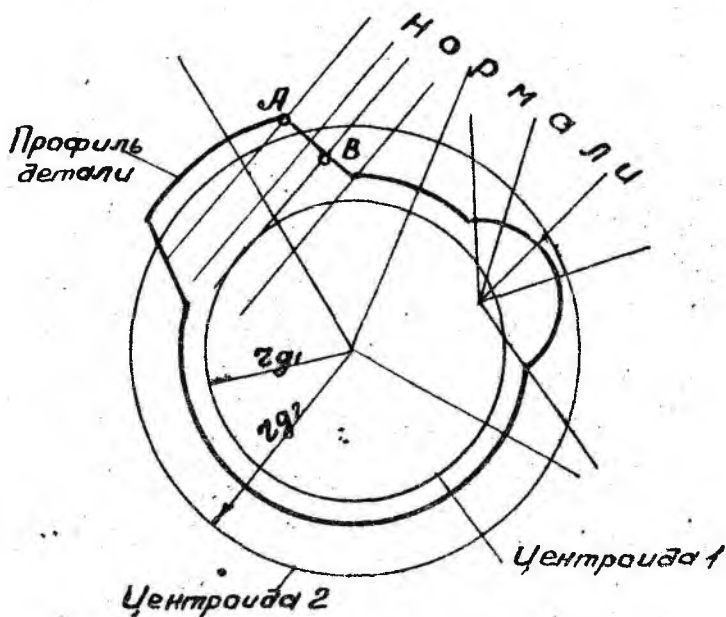


Рис.28. Выбор аксоида

представляют собой скольжение поверхности детали по самой себе (рис.29).

Требуется построить профиль цилиндрической задней поверхности в нормальном сечении.

В соответствии с общей теорией графическое профилирование гребенки выполняется в три этапа: вначале графически строится профиль инструментальной поверхности, затем фасонная режущая кромка и, наконец, задняя поверхность и ее профиль.

На первом этапе профилирования для построения профиля инструментальной поверхности нужно на профиле детали найти точки, в которых выполняется условие касания $V \perp N = 0$, а затем зафиксировать эти точки в системе координат инструмента.

Суммарная скорость движения детали относительно инструмента состоит из вращательной и поступательной составляющих (рис.30):

$\bar{V} = \bar{V}_{вр} + \bar{V}_{пост}$. Суммарную скорость можно рассматривать как скорость мгновенного вращения вокруг полюса P . В точке касания

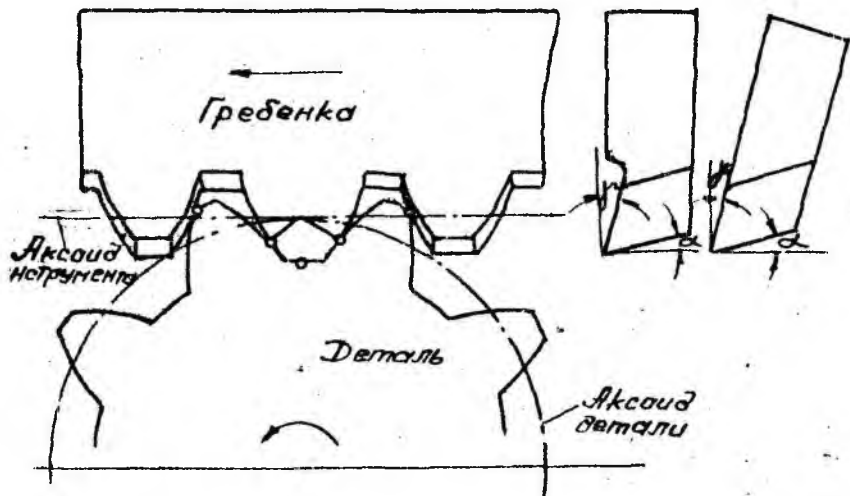


Рис.29. Общий вид гребенки и деталь

Угловая скорость \bar{V} должна быть направлена по касательной к профилю детали, а мгновенный радиус - проходить через полюс перпендикулярно \bar{V} , т.е. совпадать с нормалью к профилю.

Следовательно, в каждый момент времени касание происходит в точке профиля детали, в которой нормаль проходит через полюс (совпадает с мгновенным радиусом вращения). На рис.30 такой точкой является точка А.

Поэтому для построения точки касания нужно из полюса P опустить нормаль на профиль детали.

На рис.31 показана последовательность графического построения для инструментальной поверхности. С деталью связана система координат X_d, Y_d, Z_d , с инструментом - система X_u, Y_u, Z_u .

В начальный момент (положение I) оси Z_d и Z_u совпадают, поворота $\varphi_1 = 0$, точка I профиля детали, в которой выполняется условие $\bar{V} \cdot \bar{N} = 0$, находится в полюсе P .

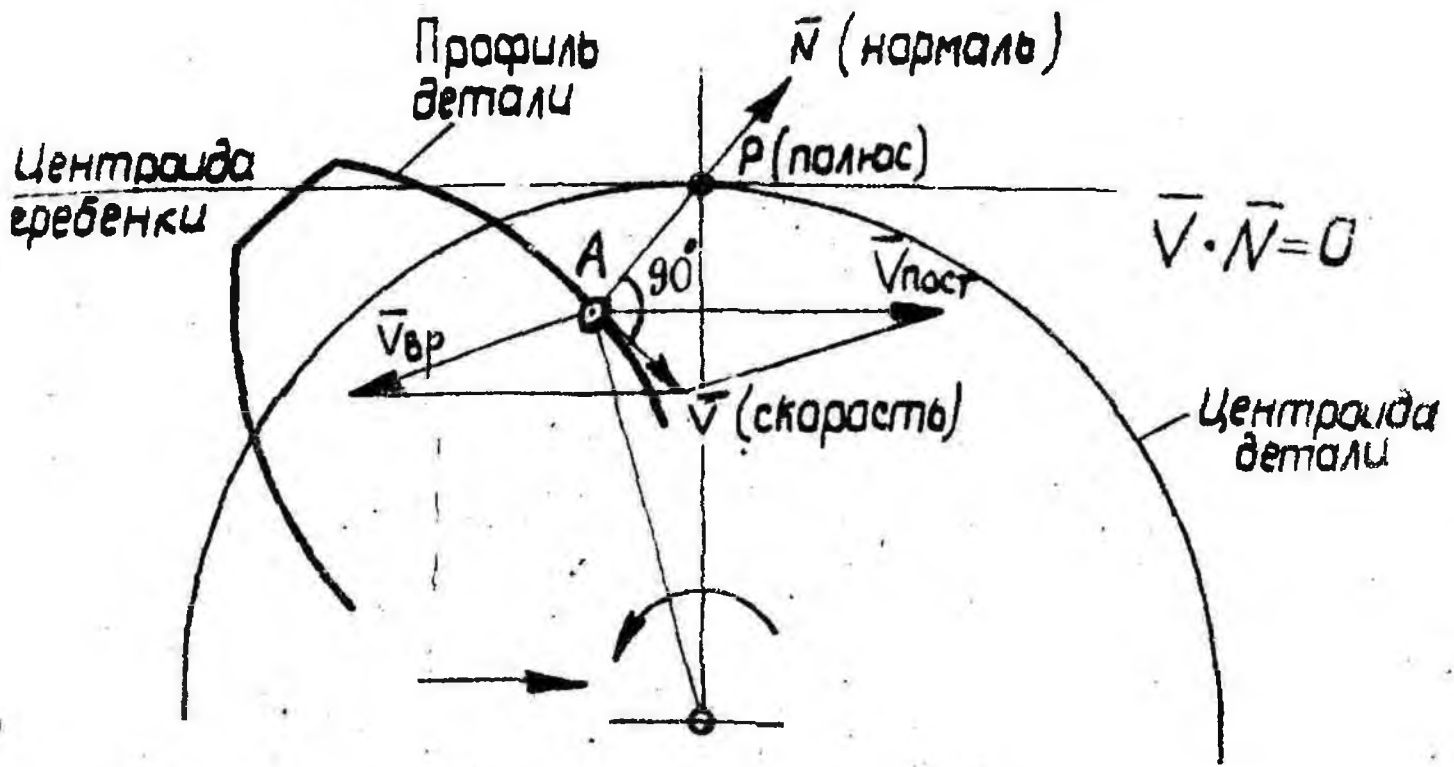


Рис.30. Один зуб гребенки

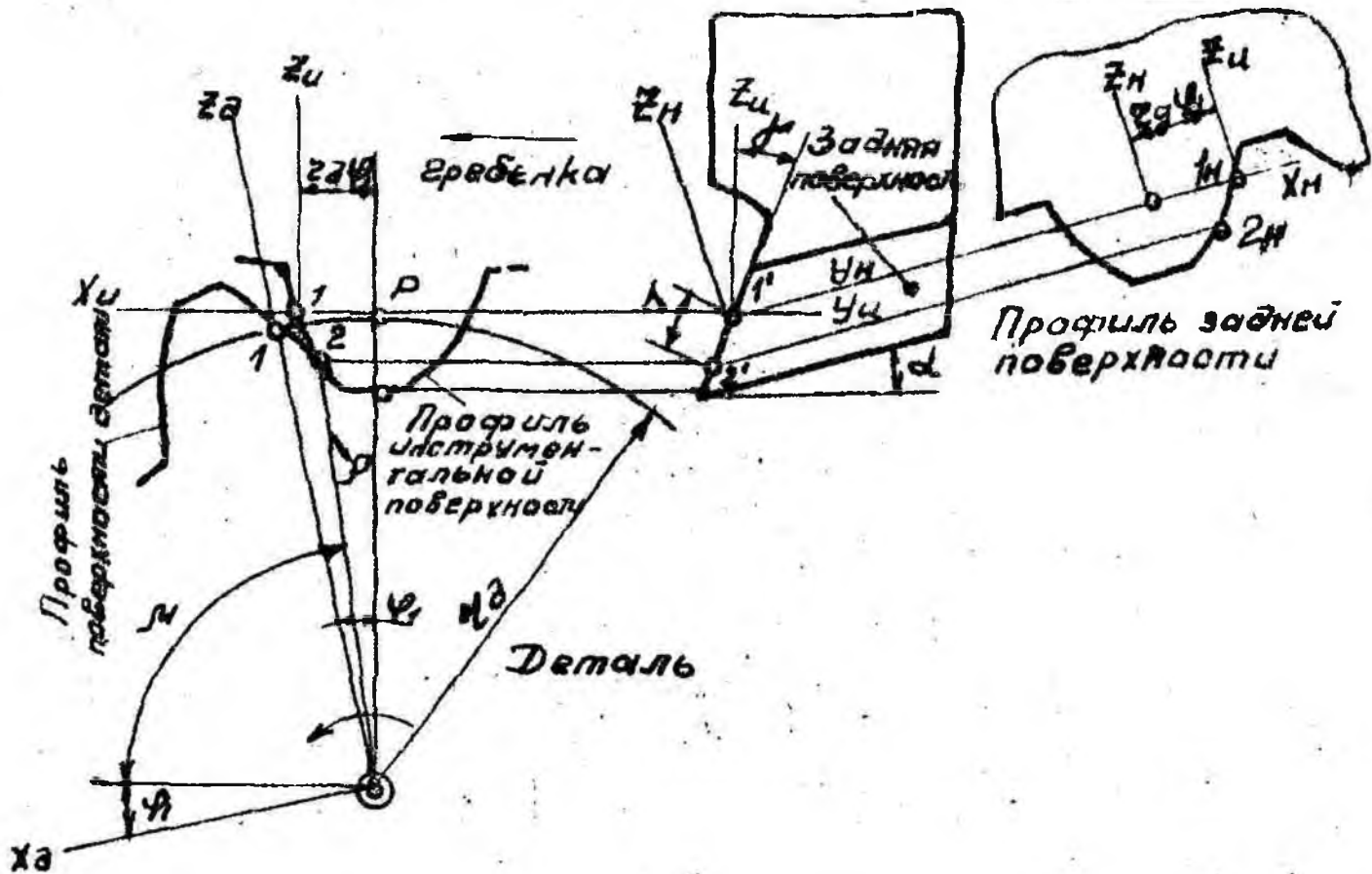


Рис.31. Профилирование гребенки

В положении II деталь вместе с системой x_2, y_2, z_2 , повернулась вокруг оси y_2 на угол $\varphi_1 = 15^\circ$, а гребенка вместе с системой x_u, y_u, z_u переместилась поступательно на величину $l = z_2 \varphi_1$ (величина l равна длине дуги центроиды детали, соответствующей углу $\varphi_1 = 15^\circ$, так как центроида гребенки-прямая обкатывается по центроиде детали - окружности без скольжения). Точка 1 раздвоилась: одна переместилась с деталью, другая - с инструментом. Опустив на полюса P перпендикуляр (нормаль) к касательной, найдем точку профиля², в которой в данный момент (в положении II) выполняется условие $\vec{V} \cdot \vec{N} = 0$. В положении III деталь вместе с системой x_2, y_2, z_2 повернулась на угол $\varphi_1 = 30^\circ$, а гребенка с системой x_u, y_u, z_u еще далее переместилась на величину $l = z_2 \varphi_1$, где $\varphi_1 = 30^\circ$. Точка 2 раздвоилась: одна из них переместилась с деталью, другая - с инструментом. Опустив из полюса P нормаль на профиль детали (перпендикуляр к касательной), получим точку 3, в которой в данный момент выполняется условие касания $\vec{V} \cdot \vec{N} = 0$. Прделав ряд таких операций и зафиксировав в каждый момент точку касания в системе координат инструмента, получим в этой системе ряд точек 1, 2, 3 и т.д., принадлежащих профилю инструментальной цилиндрической поверхности (рис.3Г).

В т о р о й э т а п п р о ф и л и р о в а н и я заключается в построении точек фасонной режущей кромки как линии пересечения передней и инструментальной поверхностей.

В зависимости от обрабатываемого материала задаемся значением переднего угла γ . Под углом γ через ось x_u проводим переднюю поверхность (в данном случае плоскость) (рис.3Г). Далее строим точки режущей кромки 1', 2' и т.д., проводя из точек 1, 2 и т.д. проектирующие лучи до пересечения со следом передней плоскости (рис.3Г). Проектирующие лучи в данном случае являются образующими цилиндрической инструментальной поверхности. Фасонная режущая кромка в данном случае - плоская линия, лежащая в передней плоскости.

Т р е т и й э т а п п р о ф и л и р о в а н и я заключается в построении задней поверхности и ее профиля в нормальном сечении (рис.3Г).

Из точек режущей кромки 1', 2' и т.д. под углом α проводят прямые, образующие цилиндрической задней поверхности (рис.3Г), (задний угол выбирать в зависимости от обрабатываемого материала). Профиль задней поверхности в нормальном сечении зададим в системе

x_H, y_H, z_H . Плоскость нормального сечения $x_H z_H$ повернута относительно плоскости $x_U z_U$ на угол α . Профиль нормального сечения строится так: в любом месте под прямым углом к образующей задней поверхности проводят ось z_H (рис.31). Затем по прямой, исходящей из рассматриваемой точки режущей кромки, от оси z_H откладывают координату соответствующей точки профиля инструментальной поверхности. Например, для точки I_H эта координата равна расстоянию от полюса P до точки I , т.е. $z_g \varphi_1$.

9.2.2. Аналитическое профилирование

Первый этап аналитического профилирования заключается в аналитическом определении инструментальной поверхности.

Цилиндрическая поверхность детали (рис.31) в системе координат x_g, y_g, z_g задана параметрическими уравнениями:

$$\begin{aligned} x_g &= \rho \cos \mu; \\ y_g &= y_g; \\ z_g &= -\rho \sin \mu, \end{aligned} \quad (9.1)$$

где $\rho = f(\mu)$.

Параметрами уравнений (9.1) являются μ и y_g , радиус-вектор ρ является функцией полярного угла μ , характер функции $\rho = f(\mu)$ задан и определяется формой профиля.

Движение детали относительно инструмента аналитически задано уравнениями (9.2), а движение инструмента относительно детали - уравнениями (9.3).

$$\begin{aligned} x_u &= x_g \cos \varphi_1 + z_g \sin \varphi_1 + z_g \varphi_1; \\ y_u &= y_g; \\ z_u &= -x_g \sin \varphi_1 + z_g \cos \varphi_1 + z_g. \end{aligned} \quad (9.2)$$

$$\begin{aligned} x_g &= (x_u - z_g \varphi_1) \cos \varphi_1 - (z_u - z_g) \sin \varphi_1; \\ y_g &= y_u; \\ z_g &= (x_u - z_g \varphi_1) \sin \varphi_1 + (z_u - z_g) \cos \varphi_1. \end{aligned} \quad (9.3)$$

С течением времени изменяется независимый параметр движения — угол поворота детали φ_1 и величина поступательного перемещения гребенки $L = z_g \varphi_1$. При изменяющемся (не фиксированном) значении параметра φ_1 уравнения (9.2) и (9.3) являются уравнениями движения, они характеризуют переменное положение одной системы координат в другой. При фиксированном определенном значении параметра движения φ_1 уравнения (9.2) и (9.3) представляют собой уравнения перехода от одной системы координат к другой. Подставив в эти уравнения величины φ_1 и $L = z_g \varphi_1$, характеризующие взаимное положение систем, можно по координатам точки в одной системе найти ее координаты в другой.

Итак, на первом этапе аналитического профилирования задана поверхность детали уравнениями (9.1), а также заданы движения уравнениями (9.2) и (9.3). Требуется найти уравнения инструментальной поверхности.

Условие касания $\bar{V} \cdot \bar{N} = 0$ в данном случае выражается определителем:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial x_g}{\partial \mu} & \frac{dy_g}{d\mu} & \frac{dz_g}{d\mu} \\ \frac{dx_g}{dy_g} & \frac{dy_g}{d\varphi_1} & \frac{dz_g}{d\varphi_1} \\ \frac{dx_g}{d\varphi_1} & \frac{dy_g}{d\varphi_1} & \frac{dz_g}{d\varphi_1} \end{vmatrix} = 0 \quad (9.4)$$

Определим значение производных из уравнений поверхности детали (9.1):

$$\frac{\partial x_g}{\partial \mu} = \underbrace{\frac{d\rho}{d\mu} \cos \mu - \rho \sin \mu}_e;$$

$$\frac{dy_g}{d\mu} = 0;$$

$$\frac{dz_g}{d\mu} = - \underbrace{\frac{d\rho}{d\mu} \sin \mu + \rho \cos \mu}_c.$$

Из уравнений (9.3) имеем:

$$\begin{aligned} \frac{dx_g}{d\varphi_1} &= -z_g \cos \varphi_1 - (x_u - z_g \varphi_1) \sin \varphi_1 - (z_u - z_g) \cos \varphi_1 - \\ &= -z_g \cos \varphi_1 - x_u \sin \varphi_1 + z_g \varphi_1 \sin \varphi_1 - z_u \cos \varphi_1 + z_g \cos \varphi_1 - \\ &= z_g \varphi_1 \sin \varphi_1 - x_u \sin \varphi_1 - z_u \cos \varphi_1. \end{aligned} \quad (9.5)$$

Подставив в (9.5) значения x_u и z_u из (9.2), имеем:

$$\begin{aligned} \frac{dx_g}{d\varphi_1} &= \cancel{z_g \varphi_1 \sin \varphi_1} - \cancel{x_g \sin \varphi_1 \cos \varphi_1} - z_g \sin^2 \varphi_1 - \cancel{z_g \varphi_1 \sin \varphi_1} + \\ &+ \cancel{x_g \sin \varphi_1 \cos \varphi_1} - z_g \cos^2 \varphi_1 - z_g \cos \varphi_1 = \\ &= -z_g - z_g \cos \varphi_1. \end{aligned}$$

Аналогично

$$\frac{dz_g}{d\varphi_1} = x_g - z_g \sin \varphi_1.$$

Координата y_g не зависит от угла поворота, поэтому

$$\frac{dy_g}{d\varphi_1} = 0.$$

Подставим значение производных в определитель (9.4):

$$\begin{vmatrix} e & 0 & c \\ 0 & 1 & 0 \\ -z_g - z_g \cos \varphi_1 & 0 & x_g - z_g \sin \varphi_1 \end{vmatrix} = 0.$$

Раскроем определитель:

$$e(x_g - z_g \sin \varphi_1) - c(-z_g - z_g \cos \varphi_1) = 0. \quad (9.6)$$

Из дифференциальной геометрии известно, что $\frac{e}{c} = \operatorname{tg} \eta$, где η - угол между касательной к профилю детали в рассматриваемой точке и осью x_g .

Разделив уравнение (9.6) на e , подставив вместо отношения $\frac{c}{e}$ его значение $\operatorname{tg} \eta = \frac{\sin \eta}{\cos \eta}$, имеем:

$$\cos \gamma (x_g - z_g \sin \varphi_1) - \sin \gamma (-z_g - z_g \cos \varphi_1) = 0. \quad (9.7)$$

Подставив в (9.7) значения x_g и z_g из (9.1), имеем:

$$\rho \cos \mu \cos \gamma - z_g \sin \varphi_1 \cos \gamma - \rho \sin \mu \sin \gamma + z_g \cos \varphi_1 \sin \gamma = 0.$$

$$\boxed{z_g \sin(\gamma - \varphi_1) + \rho \cos(\mu + \gamma) = 0.} \quad (9.8)$$

Уравнение (9.8) является уравнением касания $\vec{V} \cdot \vec{N} = 0$ для данного случая.

В соответствии с общей теорией профилирования совокупность уравнений детали (9.1) и уравнения (9.8) выражает координаты точек касания на поверхности детали в системе координат x_g, y_g, z_g , а совместное решение уравнений (9.1) и (9.8) с уравнениями перехода (9.2) даст инструментальную поверхность в системе x_u, y_u, z_u .

Практически координаты точек профиля инструментальной поверхности находят так:

1) берут конкретную точку профиля детали с заданными значениями μ, ρ, γ (например, точку 2 на рис. 31);

2) подставив эти значения в уравнение касания (9.8), определяют из него значение угла поворота φ_1 , при котором в этой точке выполняется условие $\vec{V} \cdot \vec{N} = 0$;

3) подставив в уравнение (9.1) значения μ и ρ , соответствующие рассматриваемой точке, находят ее координаты в системе x_g, y_g, z_g ;

4) подставив в уравнение (9.2) значения x_g, y_g, z_g данной точки профиля и значение φ_1 из пункта 2, находят соответствующую точку профиля инструментальной поверхности.

Проделав аналогичные операции для всех точек профиля детали, определяют столько же точек профиля инструментальной поверхности.

На втором этапе аналитического профилирования гребенки определяют координаты фасонной режущей кромки как линии пересечения передней и инструментальной поверхностей.

Параметрически уравнения передней поверхности (в данном случае плоскости) записывают так:

$$\begin{aligned} x_u &= x_u; \\ y_u &= T \sin \gamma; \\ z_u &= T \cos \gamma, \end{aligned} \quad (9.9)$$

где T - параметр передней плоскости (рис.31);

γ - передний угол, значение которого назначается в зависимости от обрабатываемого материала.

Из уравнений (9.9) имеем:

$$T = \frac{z_u}{\cos \gamma}. \quad (9.10)$$

Далее решаем совместно уравнения передней и инструментальной по - верхностей. Для этого подставляем в формулу (9.10) координату z_u каждой точки профиля инструментальной поверхности и находим значение T , а затем, подставляя T и γ в уравнения (9.9), определяем координаты точек режущей кромки.

Третий этап аналитического профилирования гребенки состоит в определении координат профиля задней поверхности в нормальном сечении (рис.31). Цилиндрическая задняя поверхность может быть получена поступательным движением режущей кромки под задним углом α к оси y_u . С плоскостью нормального сечения свяжем систему x_n, y_n, z_n , причем z_n расположим посредине зуба гребенки, т.е. на расстоянии z_g, φ_1 от оси z_u (рис.31).

Зная координаты точек режущей кромки в системе x_u, y_u, z_u по формулам перехода, найдем координаты тех же точек в системе x_n, y_n, z_n . Для плоскости нормального сечения $y_n = 0$, а координаты x_n и z_n указанных точек и будут координатами профиля цилиндрической поверхности:

$$\begin{aligned} x_n &= x_u - z_g \varphi_1; \\ z_n &= -y_u \sin \alpha + z_u \cos \alpha. \end{aligned} \quad (9.11)$$

Подставив в (9.11) значения y_u и z_u из уравнения (9.9), имеем:

$$z_n = -T \sin \gamma \sin \alpha + T \cos \gamma \cos \alpha = T \cos (\gamma + \alpha);$$

итак,

$$\begin{aligned} x_n &= x_u - z_g \varphi_1; \\ z_n &= T \cos (\gamma + \alpha). \end{aligned}$$

На этом профилирование гребенки завершается.

10.1. Обобщенный алгоритм

Многопараметрические отображения обладают обобщающими возможностями. Например, можно обобщить задачу определения инструментальной поверхности для сложного формообразующего движения. Ниже излагается один из алгоритмов решения такой задачи.

В качестве поверхности детали принята винтовая поверхность. В исходном положении ось режущего инструмента скрещивается с осью детали под углом γ на расстоянии c .

Во время обработки деталь и инструмент вращаются вокруг своих осей (параметры движения - углы поворота φ_1 и φ_2), кроме того, инструмент перемещается прямолинейно под углом ϵ к оси детали (параметр движения - длина перемещения L). Параметры движения связаны постоянными коэффициентами (передаточными отношениями) i и e :

$$\varphi_2 = i\varphi_1; \quad L = e\varphi_1, \quad \text{или} \quad \varphi_2 = e\varphi_1$$

Будем различать семь вариантов конкретных формообразующих движений, входящих в сложное движение:

вариант I: $\varphi_1 \neq 0; \varphi_2 \neq 0; L \neq 0;$

вариант II: $\varphi_1 \neq 0; \varphi_2 \neq 0; L = 0;$

вариант III: $\varphi_1 \neq 0; \varphi_2 = 0; L \neq 0;$

вариант IV: $\varphi_1 \neq 0; \varphi_2 = 0; L = 0;$

вариант V: $\varphi_1 = 0; \varphi_2 \neq 0; L \neq 0;$

вариант VI: $\varphi_1 = 0; \varphi_2 \neq 0; L = 0;$

вариант VII: $\varphi_1 = 0; \varphi_2 = 0; L \neq 0.$

Общий алгоритм нахождения инструментальной поверхности с линейным касанием для указанного сложного движения имеет следующий вид:

1) Задаются постоянные величины:

c , мм - одно значение;

γ , рад - одно значение;

ϵ , рад - одно значение;

e , мм/рад - одно значение;

i , безразмерная величина - одно значение.

2) Задается вариант движения: I, V, VI, VII.

3) Определяются - постоянные коэффициенты:

Вариант движения	E_1	E_2	E_3	E_4	F_1	F_2	F_3	F_4
I-IV	$C i \cos \gamma$	$C i \sin \gamma$	$i \sin \gamma$	$1 + i \cos \gamma$	$e \sin(\beta - \gamma)$	$e \cos(\beta - \gamma)$	$e \cos \beta$	$i e \cos \beta$
V-VI	$C \cos \gamma$	$C \sin \gamma$	$\sin \gamma$	$\cos \gamma$	$e \sin(\beta - \gamma)$	$e \cos(\beta - \gamma)$	$e \cos \beta$	$e \cos \beta$
УП	0	0	0	0	$\sin(\beta - \gamma)$	$\cos(\beta - \gamma)$	0	0

4) Задаются и определяются параметры движения:

для варианта движения I:

задаются φ_1 , рад, массив значений;

определяются $\varphi_2 = i \varphi_1$, рад, массив значений;

определяются $L = e \varphi_1$, мм, массив значений;

для варианта движения V и VI:

задается $\varphi_1 = 0$, рад - одно значение;

задается φ_2 , рад, массив значений;

определяются $L = e \varphi_2$, мм, массив значений;

для варианта движения УП:

задается $\varphi_1 = 0$ (одно значение);

задается $\varphi_2 = 0$ (одно значение);

задается L , мм, массив значений.

5) Задаются параметры детали:

μ , рад, массив значений

ρ , мм, массив значений

ζ , рад, массив значений

каждой точке профиля детали соответствует определенное сочетание значений μ, ρ, ζ :

причем каждому μ соответствует значение ρ, ζ .

ν , рад - одно значение

ρ , мм - одно значение

Количество сочетаний значений μ, ρ, ζ равно количеству точек профиля

Точки профиля	1	2	3	4	5 и т.д.
μ					
ρ					
ζ					

6) Для каждой точки профиля (каждого сочетания значений μ , ρ , η определяются коэффициенты $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6, k_7$.
Каждый коэффициент будет иметь массив значений - по числу точек профиля (по числу сочетаний μ, ρ, h):

$$k_1 = F_4 \rho \sin \eta;$$

$$k_2 = F_4 \rho \cos \vartheta \cos \eta + F_4 \rho \sin \mu \sin \vartheta \cos \eta;$$

$$k_3 = -E_3 \rho^2 \sin \eta;$$

$$k_4 = -E_3 \rho^2 \cos \vartheta \cos \eta - E_3 \rho \rho \sin \mu \sin \vartheta \cos \eta;$$

$$k_5 = -E_3 \rho^2 \cos \mu \cos \vartheta \cos (\mu + \eta) - (E_1 + F_2) \times \\ \times \rho \cos \vartheta \cos \eta - E_3 \rho \rho \cos \mu \sin \vartheta \sin \eta - \\ - (E_1 + F_2) \rho \sin \mu \sin \vartheta \cos \eta;$$

$$k_6 = (E_1 + F_2) \rho \sin \eta - E_3 \rho^2 \sin \mu \cos (\mu + \eta);$$

$$k_7 = -(E_4 \rho + E - F_1) \rho \sin \mu \sin \eta + (E_4 \rho + E_2 - F_1) \times \\ \times \rho \cos \mu \cos^2 \vartheta \cos \eta.$$

7) Определяются значения θ , соответствующие заданным значениям независимого параметра движения и заданным значениям μ , ρ , η :

Вариант (движения)	Независимый вариант движения	Уравнение касания
-IV	φ_1	$k_1 \varphi_1 \sin (\varphi_1 + \theta) + k_2 \varphi_1 \cos (\varphi_1 + \theta) + k_3 \theta \sin (\varphi_1 + \theta) + \\ + k_4 \theta \cos (\varphi_1 + \theta) + k_5 \sin (\varphi_1 + \theta) + k_6 \cos (\varphi_1 + \theta) + k_7 = 0.$
У	φ_2	$k_1 \varphi_2 \sin \theta + k_2 \varphi_2 \cos \theta + k_3 \theta \sin \theta + k_4 \theta \cos \theta + \\ + k_5 \sin \theta + k_6 \cos \theta + k_7 = 0$
I	φ_3	$k_3 \theta \sin \theta + k_4 \theta \cos \theta + k_5 \sin \theta + k_6 \cos \theta + k_7 = 0$
УП	L	$k_5 \sin \theta + k_6 \cos \theta + k_7 = 0$

Из пункта 4 берется первое значение независимого параметра движения и из уравнения качания определяется значение θ для каждого трех значений μ , ρ и h , взятых из пункта 5. Затем берется второе значение независимого параметра движения и определяется θ для всех трех значений μ , ρ и η . Общее количество значений θ будет равно произведению количества значений независимого параметра движения на количество точек профиля (сочетаний μ, ρ, η). Требуется отпечатать и выдать значения θ .

8) Определяются координаты характеристик на поверхности детали:

$$x_g = -\rho \sin \mu \sin \theta + \rho \cos \mu \cos \theta \cos \nu;$$

$$y_g = \rho \cos \mu \sin \nu + \rho \theta;$$

$$z_g = -\rho \sin \mu \cos \theta - \rho \cos \mu \sin \theta \cos \nu.$$

Вначале представляются все θ , соответствующие первому значению независимого параметра движения, затем - соответствующие второму и т.д. Всего будет столько троек x_g, y_g и z_g , сколько θ . Отпечатать и выдать значения x_g, y_g и z_g .

9) Определяются координаты инструментальной поверхности:

$$x_n = ((x_g \cos \varphi_1 + z_g \sin \varphi_1) \cos \nu - y_g \sin \nu + L \cos \varepsilon) \cos \varphi_2 + (z_g \cos \varphi_1 - x_g \sin \varphi_1 + C) \sin \varphi_2;$$

$$y_n = (x_g \cos \varphi_1 + z_g \sin \varphi_1) \sin \nu + y_g \cos \nu + L \sin \varepsilon;$$

$$z_n = -((x_g \cos \varphi_1 + z_g \sin \varphi_1) \cos \nu - y_g \sin \nu + L \cos \varepsilon) \times \sin \varphi_2 + (z_g \cos \varphi_1 - x_g \sin \varphi_1 + C) \cos \varphi_2.$$

Значений x_n, y_n и z_n будет столько же, сколько x_g, y_g, z_g .

Описанный алгоритм относится к деталям с винтовой поверхностью вращения.

Для деталей с цилиндрической поверхностью алгоритм имеет тот же вид. Пункты 1, 2, 3, 4, 5, 9 остаются без изменения, изменяются только пункты 6, 7 и 8 в связи с особенностями уравнений поверхности детали и касания.

10) Для каждой точки профиля (каждого сочетания значений μ, ρ, η) определяются коэффициенты $K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6, K_7$.

Количество значений каждого коэффициента равно количеству точек профиля.

$$\begin{aligned} K_1 &= F_4 \sin \varphi; & K_5 &= -(E_1 + F_2) \cos \varphi; \\ K_2 &= F_4 \cos \varphi; & K_6 &= (E_1 + F_2) \sin \varphi; \\ K_3 &= E_3 \sin \varphi; & K_7 &= E_4 \rho \cos (\mu - \varphi). \\ K_4 &= E_3 \cos \varphi; \end{aligned}$$

II). Определяются значения y_g , соответствующие заданным значениям независимого переменного и заданным значениям μ, ρ .

В частном случае при $K_3 = 0, K_4 = 0$ ($E_3 = 0$) определяются значения φ , соответствующие заданным μ, ρ, φ :

Вариант движения	Независимый параметр движения	Уравнение касания
I-IV	φ_1	$K_1 \varphi_1 \sin \varphi_1 + K_2 \varphi_1 \cos \varphi_1 + K_3 y_g \sin \varphi_1 + K_4 y_g \cos \varphi_1 + K_5 \sin \varphi_1 + K_6 \cos \varphi_1 + K_7 = 0$
У	φ_2	$K_2 \varphi_2 + K_4 y_g + K_6 + K_7 = 0$
УI	φ_2	$K_4 y_g + K_6 + K_7 = 0$
УII	ρ	$K_6 = 0$

12) Определяются координаты характеристик на поверхности детали:

$$\begin{aligned} x_g &= \rho \cos \mu; \\ y_g &= y_g; \\ z_g &= -\rho \sin \mu. \end{aligned}$$

Вначале подставляются все y_g , соответствующие первому значению независимого параметра движения, затем - соответствующие второму и т.д.

Печатаются значения x_g, y_g, z_g .

1. Задаются координаты профиля и параметры детали.

В общем случае винтовая поверхность детали должна быть задана профилем и параметром ρ , а поверхность вращения и цилиндрическая поверхность - только профилем. С деталью связывается система координат x_g, y_g, z_g .

Профиль поверхности вращения задается в осевой плоскости ($\psi = 90^\circ$), цилиндрической поверхности - в торцовой плоскости ($\psi = 0$), а винтовой - в той или в другой. Точки профиля задаются полярными координатами μ и $\rho = f(\mu)$. Иногда μ и ρ удобнее определять, пользуясь декартовыми координатами точек по формулам:

$$\begin{array}{ll} x_g = \rho \cdot \cos \mu & \text{для торцового} \\ z_g = \rho \cdot \sin \mu & \text{профиля} \end{array} \quad \begin{array}{ll} y_g = \rho \cos \mu & \text{для осево-} \\ z_g = \rho \sin \mu & \text{го профиля} \end{array}$$

Параметр винтовой поверхности ρ определяется по формуле:

$$\rho = \pm \frac{S}{2\pi}, \quad \text{где } S - \text{ шаг. Для правой винтовой поверхности}$$

ρ положителен, для левой - отрицателен, для поверхности вращения $\rho = 0$.

Далее для каждой точки профиля подсчитываются значения угла γ заключенного между касательной к профилю и осью координат.

Положительные значения углов μ и γ условимся отсчитывать от горизонтальных осей: от x_g - против, от y_g - по часовой стрелке, если смотреть со стороны положительных осей.

Таким образом, для каждой точки профиля должны быть заданы значения μ (град), ρ (мм) и γ (град).

Кроме того, задается ψ (0 или 90°) и ρ (мм).

На профиле рассматриваются граничные точки сопряжения различных участков, а также несколько промежуточных точек внутри каждого участка. Чем больше точек, тем выше точность расчета.

Точки профиля нумеруются, и для них записываются значения μ ,

ρ , γ .

2. Соответственно типу проектируемого инструмента определяется вариант сложного движения и соответствующие ему простые движения. При этом движение скольжения поверхности детали само по себе не учитывается.

В общем случае (вариант движения I) деталь вращается вокруг

своей оси y_d (угол поворота φ_1) и вокруг оси y_u (угол поворота φ_2), а также поступательно перемещается в определенном направлении (длина перемещения L).

В частных случаях (варианты движения II, III, IV, V, VI и VII) те или другие простые движения отсутствуют. Во всех случаях рассматривается движение детали относительно инструмента, а не наоборот (инструмент условно считается неподвижным).

Углы φ_1 и φ_2 условимся считать положительными, если деталь относительно исходного положения вращается против часовой стрелки (смотреть с y_d или y_u).

Величину L условимся всегда представлять со знаком плюс. Задаются величины β , e , i , характеризующие сложное движение детали:

β - угол (град) между вектором поступательного перемещения детали и осью x_u . Условимся считать его положительным, если указанный вектор совмещается с x_u вращением по часовой стрелке (смотреть с оси z_u). Вектор поступательного перемещения должен скрещиваться (или пересекаться) с осью z_u под прямым углом;

e - постоянный коэффициент, связывающий поступательное перемещение с вращением;

$$e = \frac{L}{\varphi_1} \quad \text{или} \quad e = \frac{L}{\varphi_2}$$

i - постоянный коэффициент, связывающий вращение

$$i = \frac{\varphi_2}{\varphi_1}$$

3. Задается исходное положение детали и инструмента.

С деталью связана система координат $x_d y_d z_d$, с инструментом $x_u y_u z_u$.

Оси z_d и z_u в исходном положении должны совпадать. Оси y_d и y_u (а также x_d и x_u) скрещиваются под углом γ .

Исходное положение систем определяется величинами C и γ .

C - расстояние (мм) между центрами систем в их исходном положении (координата x центра системы детали в системе инструмента). Другими словами, это расстояние между координатными плоскостями $x_d y_d$

$x_u y_u$. Величину C следует подставлять с соответствующим знаком.

γ - угол скрещивания (град) между осями y_d и y_u в исходном положении. Угол γ условимся считать положительным при совмещении

z_d с z_n вращением против часовой стрелки, если смотреть с положительной оси Z_d .

Величины e и γ определяются в каждом конкретном случае в зависимости от радиусов аксоидов детали и инструмента, характер поверхности детали и др.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рсдин П.Р. Металлорежущие инструменты. - Киев: Вища школа 1984. - 431 с.
2. Иноземцев Г.Г. Проектирование металлорежущих инструментов М.: Машиностроение, 1984. - 271 с.
3. Петрухин С.С. Основы проектирования режущей части металлорежущих инструментов. - М.: Машгиз, 1960. - 163 с.
4. Лашнев С.Н., Дликов М.И. Расчет и конструирование металлорежущих инструментов с применением ЭВМ. - М.: Машиностроение, 1980. - 280 с.
5. Яцерицын П.И., Силицын Б.И. Основы проектирования режущих инструментов с применением ЭВМ. - Минск: Вышэйш. школа, 1979. - 300 с.
6. Семко М.Ф., Перепелица Б.А. Фасонное точение. - Харьков: Изд-во при Харьк.ун-те, 1977. - 257 с.
7. Перепелица Б.А. Отображения аффинного пространства в теории формообразования поверхностей резанием. - Харьков: Изд-во при Харьк.ун-те, 1981. - 152 с.

1. Общие понятия и определения. Конструктивные элементы и составные части режущих инструментов.....	3
2. Конструктивные и геометрические параметры режущих инструментов.....	5
3. Проектирование режущих инструментов.....	13
4. Формообразование поверхностей резанием.....	16
4.1. Введение в теорию формообразования.....	16
4.2. Многопараметрические отображения в теории формообразования.....	20
5. Введение в теорию профилирования режущих инструментов.....	26
6. Фасонные резцы	
6.1. Назначение и классификация.....	34
6.2. Конструкции фасонных резцов.....	35
6.3. Профилирование фасонных резцов.....	40
7. Общий способ профилирования копирующих инструментов, реализующих первую типовую модель формообразования	
7.1. Методика отображений как основа общего способа профилирования.....	50
7.2. Общий алгоритм и примеры профилирования на ЭВМ.....	59
8. Фасонные фрезы.....	72
8.1. Особенности фасонных фрез.....	72
8.2. Профилирование фасонных фрез.....	74
9. Обкаточные инструменты.....	87
9.1. Особенности обкаточных инструментов.....	87
9.2. Профилирование гребенок для обработки фасонных поверхностей.....	88
10. Обобщенный способ определения инструментальной поверхности	
10.1. Обобщенный алгоритм.....	98
10.2. Подготовка исходных данных.....	103
Список литературы.....	105

Борис Алексеевич Перепелица

Автоматизированное профилирование режущих инструментов
(теория и алгоритмы)

Учебное пособие

Редактор О.И. Пшелева
Технический редактор Т.Ф. Рыжикова
Корректор Д.Н. Цыбина

Св.план 1985 г., поз.43

Подп.к печ.05.12.85, БЦ №15986, Изд. № II74. Формат 60x84 I/16.
Бумага тип. Печать офсетная. Усл.печ.л. 5,5. Уч.-изд.л.: 5,II.Тираж 600
Зах. № 3212. Цена 17 к.

ХИ. 310002, Харьков, ул.Фрунзе, 21.

Харьковский филиал Межвузовского полиграфического предприятия.
310093, Харьков, ул.Свердлова, II5.